A kettévágandó OAB idom területe

$$\int_0^{\pi/2} \cos\ x\ dx = 1,$$

eszerint a kettévágó egyenes mindkét partján 1/2 egységnyi területet kell kapnunk. Az egyenes egyenletét az a), d) és e) követelmény mellett pontosan megadhatjuk, a b) és c) esetekben csak közelítőleg.

Az a) esetben legyen a keresett egyenes egyenlete $x = a$; itt az

$$\int_0^{a} \cos\ x\ dx = \sin\ a = \frac{1}{2} \text{ követelményből } a = \frac{\pi}{6}.$$

A d) esetben az OAB idomnak az origót tartalmazó (az egyenes alatti) része derékszögű háromszög, magassága 1, így alapja is 1, az egyenes az $(1;0)$ pontban metszi az x tengelyt, egyenlete $y = 1 - x$.

Hasonlóan az e) esetben a derékszögű háromszög alapja $\pi/2$, tehát magassága $2/\pi$, egyben az egyenes és az y tengely metszéspontjának ordinátája, az egyenlet:

$$\frac{x}{\pi/2} + \frac{y}{2/\pi} = 1, \qquad y = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2}x, \qquad \text{másképpen } 4x + \pi^2 y - 2\pi = 0.$$

A b) esetben a területfelező egyenes egyenletét $y = b$ alakban keressük és β-val jelöljük azt az ívet (szöget), amelyre $\cos\ \beta = b$.

OAB-ből a keresett egyenes fölé eső rész területére a követelmény szerint

$$\int_0^{\beta} (\cos\ x - b)dx = [\sin\ x - bx]_0^{\beta} = \sin\ \beta - \beta\ \cos\ \beta = \frac{1}{2},$$

tehát a következő egyenletet kell megoldanunk:

$$f(\beta) = \sin\ \beta - \beta\ \cos\ \beta - \frac{1}{2} = 0, \tag{1}$$

erre a hátra levő c) eset egyenletének felállítása után térünk vissza.

Végül a c) esetben $y = cx$ alakban keressük a területfelező egyenest, és az $y = \cos x$ görbével való metszéspontjának abszcisszáját γ-val jelöljük. Eszerint

$$c\gamma = \cos\gamma, \qquad c = \frac{\cos\gamma}{\gamma}.$$

OAB-ből az egyenes fölé eső rész területére fennáll

$$\int_0^{\gamma} (\cos x - cx)dx = \sin\ \gamma - \frac{c}{2}\ \gamma^2 = \sin\ \gamma - \frac{\gamma}{2}\ \cos\ \gamma = \frac{1}{2},$$

tehát az (1)-hez hasonló alábbi egyenletet kell megoldanunk:

$$g(\gamma) = \sin\ \gamma - \frac{\gamma}{2}\cos\ \gamma - \frac{1}{2} = 0. \tag{2}$$

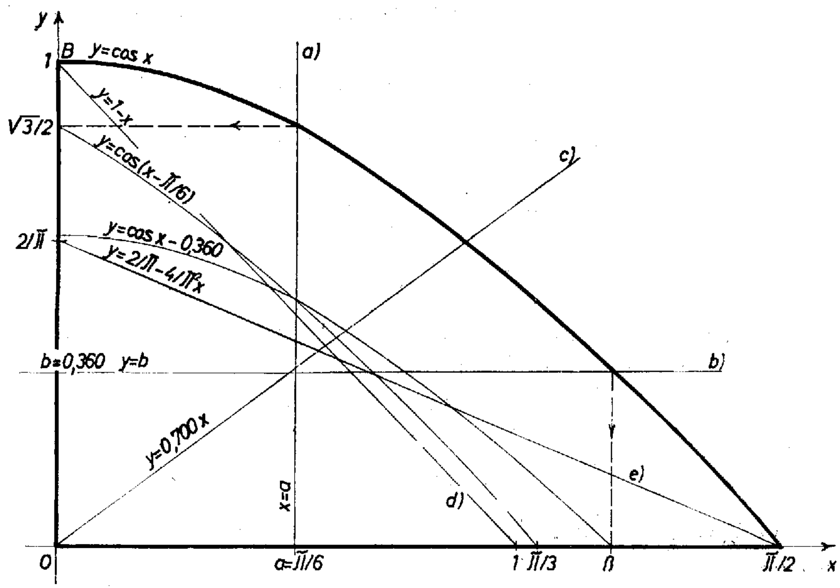
Az (1) bal oldalának értéke $\beta = \pi/2 \approx 1,571$ mellett $0,5$; $\beta = \pi/6$ mellett - $\pi\sqrt{3}/12 \approx -0,45$ és e két hely számtani közepében, $\beta = \pi/3 \approx 1,047$ mellett $(3\sqrt{3} - \pi - 3)/6 \approx -0,134$. S mivel a bal oldal folytonos függvénye β-nak, azt várjuk, hogy grafikonja az $1,047$ és $1,571$ helyek közt, az előbbihez jóval közelebb, az x tengelyt alulról fölfelé átlépve fölveszi a 0 értéket. Az iskolai Függvénytáblázat 7. táblázatának (trig. függvények a radiánban mért szöghöz) két szomszédos értékéhez

$$\begin{array}{llll} \beta = 1,20\text{-hoz:} & \sin\beta = 0,9320, & \cos\beta = 0,3624, & f(1,20) = -0,0029 < 0, \\ \beta = 1,21\text{-hoz:} & \sin\beta = 0,9356, & \cos\beta = 0,3530, & f(1,21) = +0,0085 > 0. \end{array}$$

Látjuk, hogy az $f(1,21) : f(1,20)$ hányados abszolút értéke jó közelítéssel 3, azért lineáris interpolációval

$$\beta = 1,20 + \frac{10^{-2}}{4}$$

az a közelítő gyöke (1)-nek, amit táblázatunk alapján tovább nem finomíthatunk.



Ezzel a b) követelmény szerinti területfelező egyenes egyenlete

$$y = b = \cos\ \beta = 0,360,$$

és elfogadhatjuk, hogy az eredményben 3 az értékes jegyek száma. (Mivel 4 értékes jegyet tartalmazó adatokból több művelet végrehajtásával kaptuk b-t, nagyobb pontosságot nem várhatunk.)

Lényegében ugyanígy (2)-ben a $g(0,90) = +0,0036(>0)$ és $g(0,89) =$ $= -0,0030(<0)$ értékekből

$$\gamma = 0,89 + \frac{30\cdot 10^{-4}}{(30+36)10^{-4}}\cdot 10^{-2} = 0,89 + \frac{0,05}{11},$$

innen $\cos\gamma = 0,6260$ és $c = 0,700$, ismét 3 értékes jeggyel, tehát a felező egyenes egyenlete $y = 0,700x$.

Kópházi József (Tatabánya Árpád Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. A dolgozatok legtöbbje a szög fokban vett mértékszámaihoz kereste az arcus, a sinus és a cosinus értékét (az isk. Függvénytáblázat 5. és 8. táblázataival). Úgy nehézkesebb a számítás és kevésbé pontos is.

2. Az a) és b) eredményekből egy-egy további felezését olvashatjuk ki az OAB idomnak e kérdések analógjaként, abban az értelemben, hogy az $x = a$ vágóvonal az OB határszakasz eltoltjának tekinthető az OA mentén, az $y = b$ vágóvonal pedig OA eltolása OB mentén. Kérdezhetjük ugyanis: mennyivel kell eltolni az AB ívet A-nál fogva, AO mentén, valamint B-nél fogva BO mentén, hogy új helyzetében éppen két egyenlő területű részre ossza OAB-t.

Nos, mivel OAB-nek az $x = \pi/6$ egyenestől a fele esik balra, a fele jobbra azért az utóbbi részt $(\pi/6; 0)$ pontjánál fogva kell az origóba tolnunk, az eltolás $-a = -\pi/6$. És hasonlóan az y tengelyirányú, $b = -0,360$-del való eltolás a másik kérdés megoldása.