Ebben a cikkben egy érdekes alkalmazási területről szeretnénk néhány szót ejteni, mivel azonban a téma műszaki vonatkozású, mielőtt a matematikai kérdésekre térnénk, néhány alapfogalmat ismertetünk. [1]

Kapcsolóhálózatok

Mi a feladata egy telefonközpontnak; vagy általánosabb kifejezéssel élve: kapcsolóhálózatnak ? Tegyük fel, hogy van két halmazunk: A és B. Az A elemei legyenek a „bemeneti pontok", B-é pedig a „kimeneti pontok". A gyakorlatban e halmazok elemei valamilyen készülékek, pl. telefonok. Egy előfizetői telefonkészülék kétféle funkciót is ellát: lehet onnan hívni valakit, és fel is lehet hívni a készülék tulajdonosát, ezért egy telefonkészüléket két elem együttesének tekinthetünk, melyben egyik elem az A, másik a B halmazból való.

A bemeneti és kimeneti pontok között összeköttetések vannak, amelyek egy hálózatot alkotnak: példánkban telefonhálózatot. Egy ilyen hálózat alapvető feladata az, hogy kiválasztva valahogyan A és B egy–egy tetszőleges elemét (esetleg egy–egy részhalmazát), e két pont (illetve a részhalmazok elemei) között kapcsolatot, összeköttetést hozzon létre. Ha ezt a feladatot meg tudja oldani az összekötő hálózat, *kapcsolóhálózat*nak nevezzük.

A következőkben néhány konkrét megvalósítási lehetőséget említünk meg. Nyilvánvaló, hogy adott A és B mellett sokféle elvi lehetőség létezik, nem is beszélve ezek gyakorlati megvalósításának sokféleségéről. Ha – mint mondottuk – az a cél, hogy minden bemeneti–kimeneti pontpár között létesíthető legyen kapcsolat, legegyszerűbbnek tűnik az a megoldás, hogy minden A-beli és B-beli pontot összekötünk egymással, például úgy, hogy egy–egy kapcsoló bekapcsolásával az összeköttetés létrejön. Ezt a megoldást a gyakorlatban is alkalmazták, a telefon „hőskorában", amikor még olyan kevés előfizető volt egy–egy városban, hogy az n készülék esetén szükséges $\binom{n}{2} = \frac{1}{2}n(n-1)$ összeköttetés még nem jelentett túl nagy számot. Nyilvánvaló azonban, hogy ez a módszer ma egy akkora városban, mint Budapest, teljességgel használhatatlan lenne. Sokkal gazdaságosabb az a megoldás, ha valamilyen ügyes módszerrel egy–egy vezetéket (vezetékpárt) több kapcsolat megvalósítása során is felhasználunk. A legegyszerűbb lehetőség az, hogy A és B minden eleméből elvezetünk egy vezetéket („vezeték"-en a továbbiakban a kapcsolat létrehozásához elégséges vezetékköteget fogunk érteni) valamilyen központi helyre. Ezen a központi helyen valaki figyeli az A-beli pontokat; ha azok valamelyike beszélgetést kezdeményez, megkérdezi, hogy melyik B-beli elemet hívja az illető, majd a megfelelő két vezetéket összekapcsolja. Figyeljük meg, hogy így bármely két elem összekötésekor két vezetékre van szükség, mégis az összes vezetékek száma sokkal kisebb. Ha pl. A elemszáma n és B-é m, az első megoldás esetén $m \cdot n$, az utóbbi megvalósításnál csak $m + n$ vezeték szükséges. A most elmondott kapcsolóhálózat nem más, mint a *kézi kapcsolású telefonközpont*, persze ugyanez az elvi megvalósítás automatikus kivitelben is létezhet – akkor a központi helyen levő „személy" nem a központkezelő, hanem valamilyen automata berendezés.

Ezzel megismerkedtünk a ma szerte a világon használatos automata telefonközpontok alapelvével. A gyakorlatban a különbség leginkább ott jelentkezik, hogy egy központ több fokozatból tevődik össze, több ilyen „központi hely" van és az egyik központi hely a másik szempontjából mint A vagy B halmaz is viselkedhet. Erre a problémára a következőkben visszatérünk.

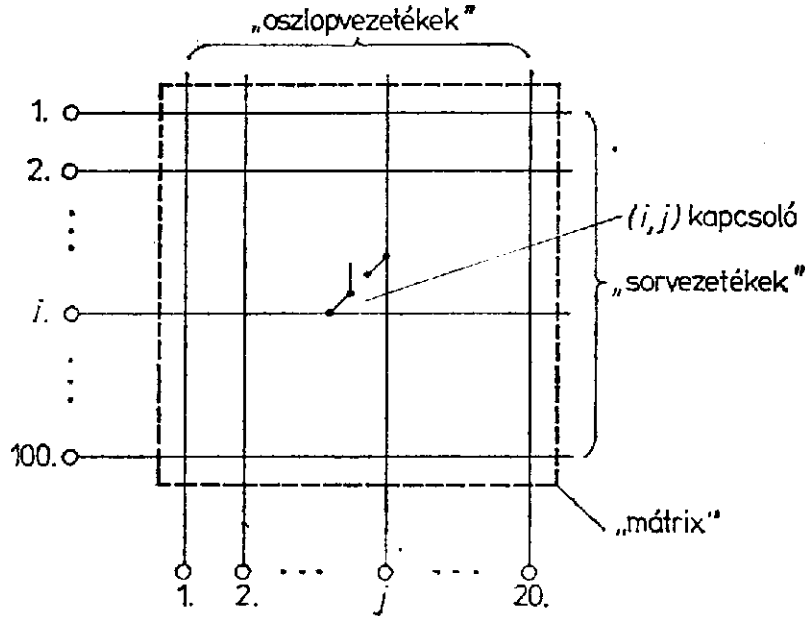
Megemlítjük még, hogy noha mi csak a telefonközpont példájára hivatkozunk, az automatikusan működő kapcsolóhálózatok alkalmazási területe jóval szélesebb a telefonhálózatoknál. Különböző híradástechnikai rendszerek fontos részét képezik, és alkalmazzák őket a legmodernebb számítógépekben is. Itt az A halmaz elemei ún. processzorok (processzoroknak szokás nevezni a számítógépek azon egységeit, amelyek az utasításokat hajtják végre), B-é pedig egyes tároló egységek. Ily módon lehetővé válik, hogy egyetlen számítógép egyidejűleg több programot is végrehajtson, melyek (persze nem egyidejűleg) ugyanazon adatokat használják fel.

Térjünk most vissza a telefonközpontokhoz. Kérdés, szükség van-e egyáltalán arra, hogy egy központot úgy alakítsanak ki, hogy ha véletlenül minden második előfizetőnek egyszerre jutna eszébe, hogy felhívjon valakit (az előfizetők másik csoportjából), akkor a központ az összes összeköttetést létre tudja hozni. Annak a valószínűsége ugyanis, hogy mindenki egyszerre akar telefonálni, általában igen kicsi. Az esetek többségében feltehetjük, hogy az embereknek csak legfeljebb $10 - 20$ esetleg, $50\,\%$-a akar egyszerre beszélni. A központban egyidejűleg megvalósítható kapcsolások száma így az elméletileg előfordulható maximális igénynél jóval kisebb lehet. Azt, hogy egy konkrét esetben hogyan állapítják meg a várható igényt és ennek alapján hogyan határozzák meg az összeköttetések számát, itt nem ismertetjük – ez egy különálló, igen érdekes matematikai problémakör, az úgynevezett forgalomelméleti méretezés témájába tartozik.

Hogyan lehet azt megvalósítani, hogy pl. 100 előfizető esetén egyidejűleg legfeljebb 20 beszélgetés legyen folytatható, és ha egyetlen beszélgetés sem folyik, akkor bármelyik (A-beli) hívó, bármelyik (B-beli) hívható ponttal kapcsolatba léphessen ?

Képzeljünk el egy mátrixot (téglalap alakú táblázatot), amelynek elemei nem számok, hanem kapcsolók. A kapcsolók egyik végpontja soronként össze van kötve egy vezetékkel, a másik végpontja pedig oszloponként. A sorok mentén futó vezetékek megfelelnek egy–egy bemeneti pontnak, az oszlopvezetékek egy–egy kimeneti pontnak. Ha az i-edik bemenet akar a j-edik kimenettel kapcsolatban lépni, az $(i,\ j)$ „koordinátájú" kapcsolót kell bekapcsolni (1 ábra).

[1] Érdeklődő olvasóknak a szerző szívesen ad bővebb felviágosítást.

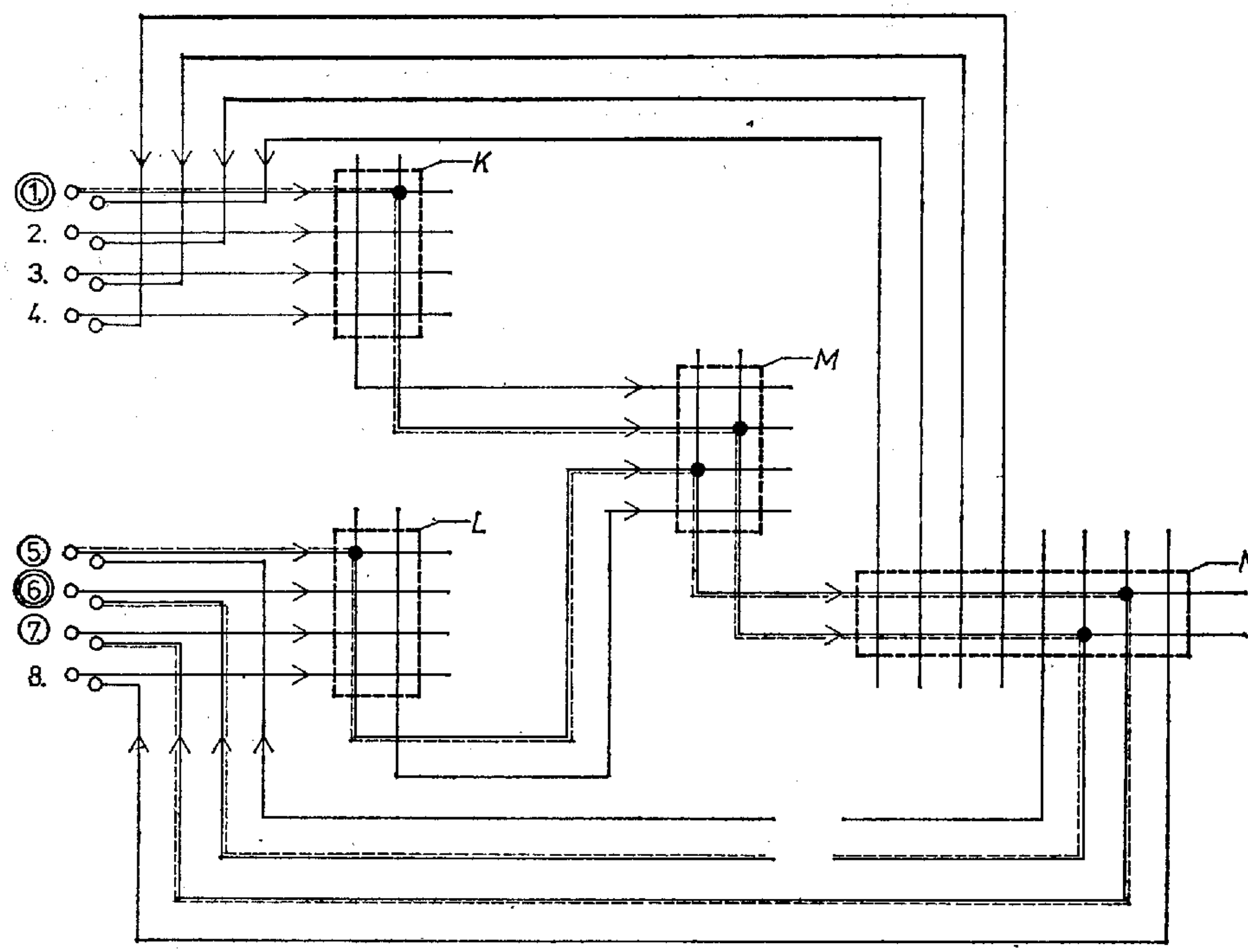


1. ábra

Ha valahol egy központ belsejébe van egy ilyen ún. *kapcsolómátrix*, és abban a sorok száma nagyobb, mint az oszlopok száma, nyilvánvaló, hogy a soroknak megfelelő bemeneti pontok közül maximálisan csak annyi folytathat beszélgetést, amennyi az oszlopok száma. Megfordítva, ha a sorok száma a kisebb, akkor ezek hozzák a korlátozást. Gondoljunk egy 100 előfizetőt tartalmazó hálózatra, ahol a hívó vezetékek egy 100×20-as méretű kapcsolómátrixra kerülnek, majd ennek 20 kimenő vezetéke egy 20×100-as mátrixra, ennek minden oszlopa egy előfizetőhöz csatlakozik mint hívó vezeték. Ekkor bármelyik előfizető hívhatja bármelyik másikat, de egyszerre legfeljebb 20 beszélgetés folyhat, aminek a két kapcsolómátrix közötti „szűk keresztmetszet" az oka.

A fenti megoldás már eléggé megközelíti a valóságban használatos modern telefonközpontokat, a gyakorlatban azonban általában kettőnél jóval több kapcsolómátrix található és a vonalak száma is nagyobb. Megemlítjük, hogy a valóságban a legmodernebb kapcsolómátrixokban nem mechanikus értelemben vett kapcsolók, hanem elektronikusan működő kapcsoló áramkörök vannak.

A 2. ábrán egy képzeletbeli kis központot rajzoltunk fel, amelyik jellegében már megfelel egy kisebb vállalati vagy szállodai alközpontnak – azzal a különbséggel, hogy ott nem 8, hanem minimálisan 50 – 100 készülék kapcsolódik a központhoz. (Ide számítjuk most a városi főközpont felé menő, illetve onnan jövő vezetékeket is, amelyek mostani vizsgálatunk szempontjából ugyanúgy viselkednek, mint a telefonkészülékek – ezek a vonalak ugyanis hívhatnak, illetve hívhatók.)



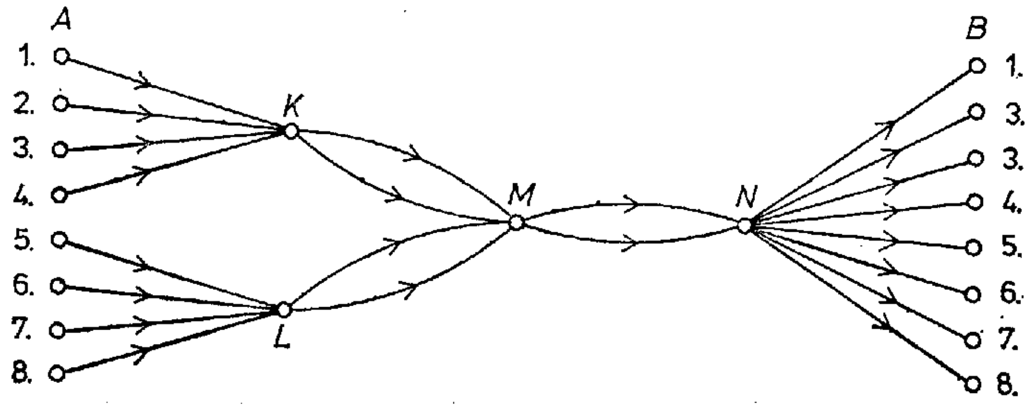
2. ábra

A vezetékek irányítottak, a nyilak a hívás irányát mutatják. Az ugyanazon készüléknek megfelelő A-beli, illetve B-beli elemeket egymás mellé rajzoltuk. A központ olyan kialakítású, hogy rajta keresztül egyszerre legfeljebb két beszélgetés folytatható. (Ez azt jelenti, hogy a készülékek felén lehet egyidejűleg beszélni.) Az ábrán fel is tüntettünk két éppen folyó beszélgetést az összekapcsolási útvonal megjelölésével. (Az ábra szerint az 1. hívta a 6. állomást, az 5. pedig a 7.-et.)

Láthatjuk, hogy az itt bemutatott központ négy kapcsolómátrixból, K, L, M és N-ből épül fel. Méreteik rendre 4×2, 4×2, 4×2, 2×8. A négy mátrix összesen 40 kapcsolót tartalmaz. Ha e helyett a megoldás helyett egyetlen 8×8-as méretű mátrixot alkalmaznánk, az 64 kapcsolót tenne szükségessé. Mivel a legdrágább elem éppen a kapcsoló, nyilvánvaló, hogy a bemutatott megoldás gazdaságosabb, mint az egyetlen mátrixos kapcsolórendszer. Persze 8×8-as mátrix esetén egyszerre négy beszélgetés volna folytatható, nem csupán 2. Nem állítjuk, hogy a 2. ábra kapcsolása valamilyen szempontból is optimális volna, hiszen más mátrixelrendezéssel még kevesebb kapcsoló volna szükséges.

A 2. ábra egyértelműen megadja a megfelelő kapcsolóhálózatot, azonban meglehetősen nehezen áttekinthető. Jó lenne valamilyen tömör matematikai jelölésrendszert találni, amellyel az ilyen jellegű ábrák megadhatók! Célszerű az A és B halmazok elemeit egymástól élesen szétválasztani még ha egy–egy elem fizikailag azonos helyen is van. Jelöljük, mondjuk, ezeket az elemeket egy gráf csúcsaival, a gráfot pedig helyezzük el úgy, hogy A elemei az egyik oldalon, B elemei a másik oldalon legyenek. A két ponthalmaz között összeköttetések vannak, az összekötő vezetékek lesznek a gráf élei. Mivel megkülönböztetjük a „hívó" és a „hívható" pontokat, a gráf élei irányítottak. Végül egy–egy kapcsolómátrixot is egy–egy gráfcsúcsponttal jelzünk. Így egy tetszőleges beszédkapcsolat a gráf egyik oldaláról a másikra vezető összefüggő vonallal ábrázolható. Igaz, hogy ez a „gráfmodell" nem tünteti fel, hogy egy mátrixban melyik kapcsoló működik, ez azonban a későbbi vizsgálatok szempontjából nem is lesz lényeges.

A 3. ábrán az itt bevezetett jelölésrendszerben ábrázoltuk a 2. ábra központját.



3. ábra

Láthatjuk, hogy az A-beli elemekből csak kiindulnak élek, a B-beliekbe pedig csak befutnak, végül a kapcsolómátrixot jelző K, L, M, N csúcsok mindegyikébe futnak is be és indulnak is ki élek.

Kapcsolóhálózatok vezérlése

Tudjuk most már, hogy mit nevezünk kapcsolóhálózatnak, sőt a kapcsolóhálózatok egy szokásos, viszonylag egyszerű ábrázolási módját is ismerjük. Ezek után feltehetjük a kérdést: mit értünk egy kapcsolóhálózat vezérlésén?

A kézi kapcsolású központoknál a kezelő könnyen megállapíthatta a hívó kilétét: például a megfelelő helyen kigyulladt egy lámpa. Ezután a hívó megmondta, hogy melyik állomást keresi, így a kezelő meg tudta nézni, hogy szabad-e a hívott fél. Ha szabad volt, létrehozta a kapcsolatot. Természetesen ugyanezeket a lépéseket egy automatikus központnál is el kell végezni. Valamilyen berendezés megállapítja, hogy melyik bemenő pont kezdeményez hívást, ezután kiértékeli a hívó által küldött információt (a hívott fél számát), azaz megállapítja, hogy azt melyik kimeneti ponttal kell összekötni. Ezután megvizsgálja, hogy létezik-e olyan összekötési útvonal (csak a szabad állapotban levő kapcsolókat tekintve), amely e két pontot összekötheti, végül ha van ilyen, a megfelelő kapcsolók működtetésével létrehozza a tényleges összekapcsolást. A most leírtakat együttesen nevezzük vezérlésnek.

Az itt leírt lépések nagy részét olyan, ún. logikai hálózatok végzik el, amelyeknek a működése viszonylag egyszerű, a cikkben ezeket nem ismertetjük. Sokkal érdekesebb ezeknél – matematikai szempontból – az a fázis, amelynek során a vezérlő berendezés meghatározza, hogy van-e éppen szabad összekötő vonal, és ha van ilyen, mely kapcsolókat kell működtetni. Ezt a problémakört a híradástechnikában *szabadút-keresés*nek nevezik. Elképzelhetjük, hogy egy olyan bonyolult telefonközpont–rendszer esetében, ahol több tucat (esetleg több száz) nagyméretű kapcsolómátrixot kell végigvizsgálni, milyen bonyolult lehet ez a kérdés –, tehát valóban érdemes olyan matematikai módszereket keresni, amelyek ezt a vizsgálatot leegyszerűsítik. A következőkben néhány ilyen módszert fogunk bemutatni, melyeket általánosabb és bizonyos speciális kapcsolóhálózatoknál is lehet alkalmazni. Végül két feladatot is kitűzünk ezekkel kapcsolatban.

Megfigyelhetjük, hogy a fentiekben vázolt két feladat (a szabadút–keresés és a kapcsolás létrehozása) digitális jellegű. Ez más szóval annyit jelent, hogy a megfigyelendő jelek és a vezérlés során létrehozott változások egyike sem folytonos jellegű, ezek a legegyszerűbben számjegyekkel írhatók le. Például egy kapcsoló bekapcsolt állapotát az 1 számjegy, a kikapcsolt állapotát a 0 jelentheti (vagy éppen fordítva). Az, hogy egy több kapcsolómátrixon áthaladó útvonal újabb összeköttetés létesítése szempontjából szabad-e, bináris számjegyek (vagyis a 0 és 1) egy sorozatával írható le. A hívó fél által beküldött tárcsázási szám szintén számjegyes formában írható le a legtermészetesebb módon. A feladatok digitális jellege alapvetően digitális vezérlőberendezést igényel: ennek legmodernebb és legjellegzetesebb típusa a digitális számítógép (vagyis az olyan jellegű számítógép, mint amilyennel a Számítástechnikai Rovat dolgozik).

A legújabb, leghatékonyabban működő telefonközpontok vezérlését ma már valóban egy vagy több digitális számítógép és az ezekhez kapcsolódó kisebb digitális áramkörök végzik. Mint említettük, a vezérlés legnehezebb matematikai problémáját a gyors, eredményes szabadút–keresés jelenti. Ez a probléma számítógépes programok segítségével oldható meg – általában a teljes vezérlő programrendszernek ez a program tetemes részét teszi ki. A szabadút–kereső programok alapja természetesen egy–egy, az adott rendszer speciális tulajdonságaihoz alkalmazkodó matematikai algoritmus. A következő részben ezekkel az algoritmusokkal kapcsolatban mondunk el néhány gondolatot.

A kimerítő keresés módszere

Céloztunk már rá, hogy valamely kétállapotú elem (pl. kapcsoló) esetében a két állapot („bekapcsolva", ill.; „kikapcsolva") megkülönböztetésére a legegyszerűbb módszer valamilyen *állapotbit* (bit=bináris, kettes számrendszerbeli számjegy) bevezetése. Ez egyébként általánosan elterjedt módszer a digitális berendezések körében. Tekintsünk most egy kapcsolómátrixot. Hogyan adható meg a számítógépben az, hogy az egyes kapcsolók új összeköttetés létrehozása szempontjából szabadok-e, vagyis bekapcsolhatók-e? A válasz nyilvánvaló: a kapcsolómátrixszal azonos méretű mátrixot hozunk létre a számítógépben, amelynek minden 1-es eleme a szabad állapotot, 0 eleme pedig a foglaltságot jelzi. Ha valamelyik kapcsolómátrixban bekapcsoljuk az i-edik bemenetet a j-edik kimenettel összekötő kapcsolót, az annak megfelelő elem foglaltságot kell jelezzen, tehát oda 0 kerül. Hasonlóan az egész i-edik sor és a j-edik oszlop is csupa 0 lesz, hiszen egyidejűleg egy kimenet csak egy bemenethez csatlakozhat és fordítva. Ha ellenben megszűnik egy összeköttetés és kikapcsolunk egy kapcsolót, akkor annak egész sora és oszlopa is újra 1 értéket vesz fel. Az így nyert számítógépbeli mátrixokat nevezzük *állapotmátrixok*nak.

Írjuk fel példaképpen a 2. ábra hálózatához tartozó állapotmátrixokat (rendre a megfelelő betűvel jelölve):

$$K=\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\1&0\\1&0\end{bmatrix},\qquad L=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\\0&1\\0&1\end{bmatrix},\qquad M=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\0&0\\0&0\end{bmatrix},$$
$$N=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}.$$

Hogyan lehet az ilyen állapotmátrixok ismeretében szabadutat keresni ? Példánknál maradva, nézzük meg a következő feladatot. A vezérlő program felismerte, hogy a 2. állomás fel akarja hívni a 8.-at. Ekkor első lépésben megnézi, hogy a K mátrix második sorában van-e 1, vagyis szabad kapcsoló. Esetünkben van, mégpedig az első oszlopban. Ez annyit jelent, hogy a második bemenő vezeték összeköthető az első kimenővel. Ezután a következő fokozatot kell megvizsgálni: van-e M első oszlopában 1 ? Jelen esetben nincs, tehát megállapítottuk, hogy az összeköttetés nem építhető fel; a program foglalt jelzést ad ki (annak ellenére, hogy valójában a 8. állomás nem foglalt).

Tegyük most fel, hogy az 5. előfizető letette a kagylót. Ekkor az 5. és 7. állomás közti összeköttetés megszűnt, írjuk fel, hogyan módosulnak az állapotmátrixok:

$$K=\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\1&0\\1&0\end{bmatrix},\qquad L=\begin{bmatrix}1&1\\1&1\\1&1\\1&1\end{bmatrix},\qquad M=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\\1&0\\1&0\end{bmatrix},$$
$$N=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&0&1&1\\0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}.$$

Ismételjük most meg az előbbi vizsgálatot: a K mátrixban továbbra is szabad a (2, 1) kapcsoló; M-ben most 1-et találunk az (1, 1) állapotjelző bitjében; tovább menve, N-ben 1 áll az (1, 8) helyen (a 8. állomást hívjuk, ezért N-ben csak a 8. oszlopot vizsgáljuk). Így megállapítottuk, hogy van szabad út (és a szabad út egyértelmű), a program tehát utasítást ad az összekötésre és a csengetés indítására. Ezzel el is végeztük a szabadút–keresést, bemutatva a legegyszerűbb elven működő algoritmust. Ennek során lépésről lépésre kapcsolónként meg kell vizsgálni, van-e továbbvezető szabad út; amennyiben valahol több lehetőség is nyílt volna, egyenként sorra kellett volna venni őket mindaddig, amíg egy végigvezető szabad utat nem találunk, vagy amíg kimerül az összes lehetőség. Ez az eljárás (az ún. „kimerítő keresés módszere") mindig eredményre vezet. Nagy hibája azonban, hogy összetettebb rendszerek esetén nagyon bonyolulttá, illetve hosszadalmassá válik. Persze a bemutatott egyszerű rendszerben ilyen egyszerű módszer is használható.

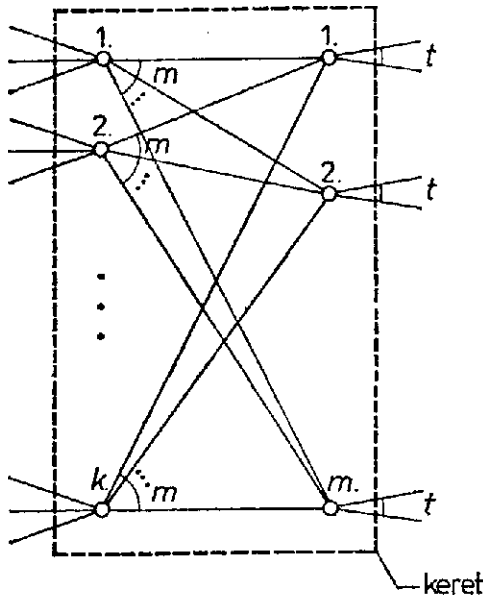
Egy tényleges, gyakorlatban használatos kapcsolóhálózatban az ilyen hosszadalmas módszer nem alkalmazható, hiszen nagyon időigényes, így nem is gazdaságos. Voltaképpen nem is igen használnak olyan általános érvényű algoritmust, amelyik mindenfajta, vagy legalábbis a nagyon bonyolult, szabálytalan, de a gyakorlatban mégis előforduló kapcsolórendszerek esetében is hatékony. A gyakorlatban elterjedt, hogy a nagyon összetett rendszereket kisebb egységekre bontják le (pl. egy város telefonhálózatát központokra, stb.), valamint hogy ezeket az egységeket olyan módon tervezik meg, hogy speciális struktúrájuk lehetővé tegye egyszerű algoritmusok alkalmazását.

Az ilyen speciális tulajdonságú hálózatoknál alkalmazható algoritmusok esetenként igen egyszerűek is lehetnek, a cikkhez kapcsolódó két feladatban ilyen hálózatokra és a bennük történő szabadút-keresésre szeretnénk példát bemutatni.

Ötfokozatú kapcsolóhálózatok

A gyakorlatban eléggé elterjedt az ún. ötfokozatú kapcsolás, melyet a következőkben röviden ismertetünk. Mielőtt a teljes kapcsolást leírnánk, előbb megmagyarázunk néhány fogalmat.

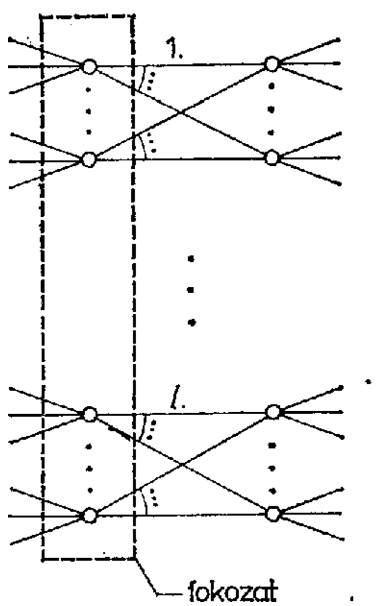
Keret. A hagyományos elektromechanikus központokban közös vaskeretre szerelték azt a bizonyos értelemben szorosabban összetartozó egységet, amelyet ma – másféle fizikai realizálás esetén is – keretnek nevezünk. Ez az egység $k+m$ kapcsolómátrixból épül fel, ezek közül az első k, valamint a másik m darab külön-külön azonos típusú (vagyis be- és kimeneteik száma megegyezik). Az első típusnál a bemenetek száma lehet tetszőleges (a továbbiakban ezzel nem foglalkozunk), a kimenetek száma viszont minden mátrixnál pontosan m. A másik típusnál a bemenetek száma k, a kimeneteké pedig, mondjuk t. Az első k (bemeneti) mátrix mindegyike egy–egy kimenetével kapcsolódik a másik m (kimeneti) mátrix mindegyikéhez. Így természetesen a kimeneti mátrixok mindegyikébe is egy-egy bemenet érkezik mindegyik elsőfajta mátrixból. Egy ilyen keret látható a 4. ábrán.



4. ábra

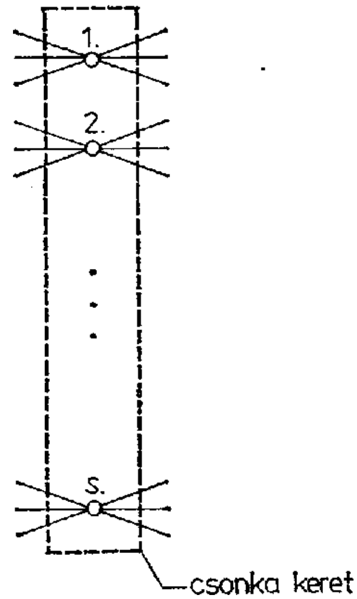
Nevezzük a fentit elsőfajta keretnek. Második fajtának pedig az olyan keretet, amely $m+s$ mátrixból áll, és ezek rendre $(l \times s)$ és $(m \times v)$ méretűek. (Természetesen a keret két fokozata között az összeköttetések ugyanúgy rendeződnek el, mint az elsőfajta keretben.)

Fokozat. Ha valamely központban l db keret, vagy más azonos típusú egység párhuzamosan helyezkedik el (vagyis bemeneteik ugyanazon jellegű bemeneti pontokról érkeznek, kimeneteik pedig ugyanolyan fajta kimeneti pontok felé haladnak), az 1 keret összes bemeneti mátrixát együtt, ugyanígy az összes kimeneti mátrixot is egy-egy fokozatnak nevezzük. Az 5. ábrán egy fokozat látható.



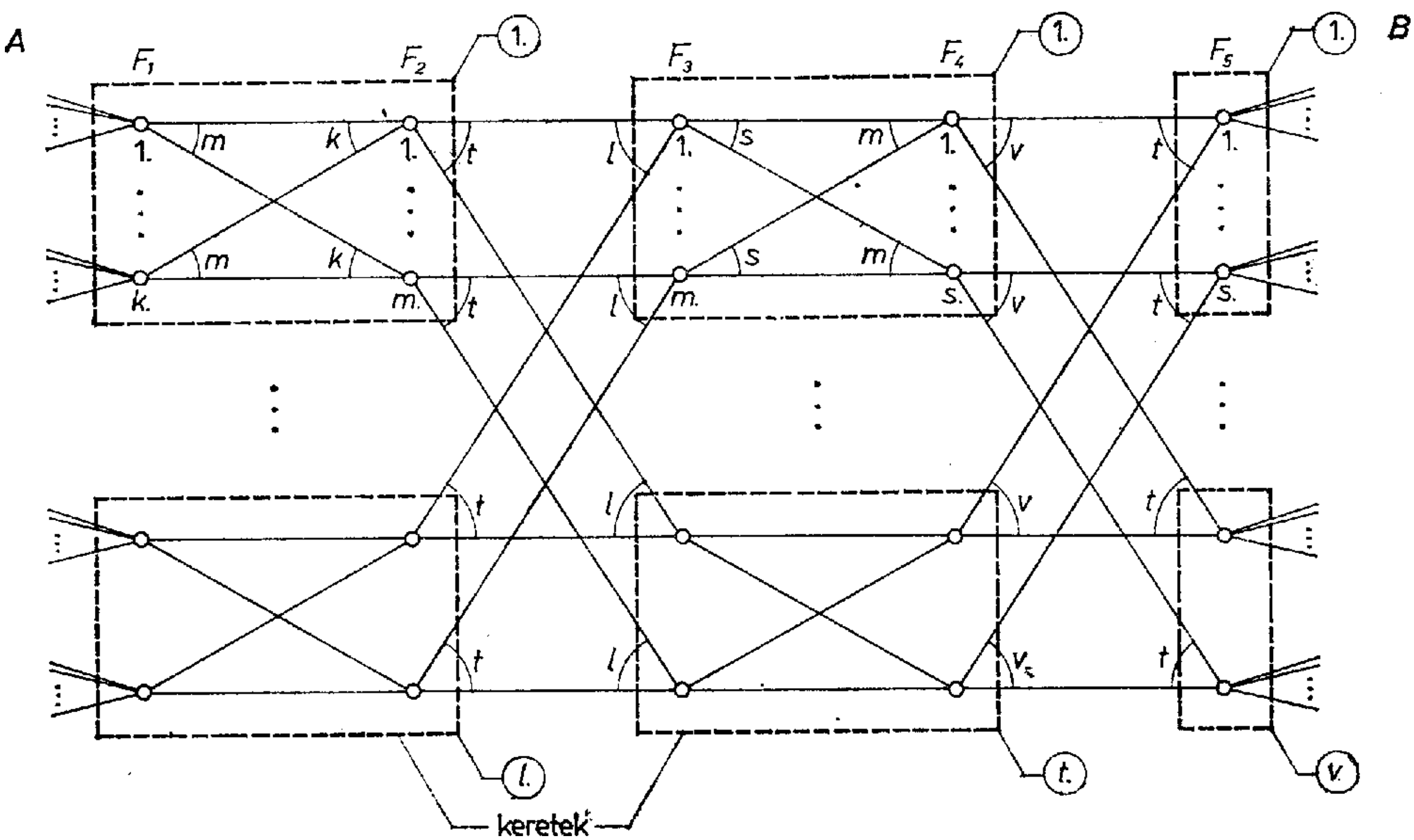
5. ábra

Végül nevezzük „*csonka keretnek*” az olyan egységet, amelyik 8 db azonos típusú, t bemenetű (és tetszőleges kimenetű) mátrixból áll (6. ábra).



6. ábra

A fentiek alapján már leírhatjuk az ötfokozatú kapcsolóhálózatot: l db elsőfajta kerethez kapcsolódik t db második fajta keret a következőképpen: az i-edik elsőfajta keret j-edik kimeneti mátrixának az n-edik kimenete, az n-edik második fajta keret j-edik bemeneti mátrixának i-edik bemenetére kapcsolódik. Végül a második fajta keretekhez v db csonka keret kapcsolódik ugyanígy, vagyis az i-edik második fajta keret j-edik kimeneti mátrixának n-edik kimenete az n-edik csonka keret j-edik mátrixának i-edik bemenetére csatlakozik. A teljes kapcsolás a 7. ábrán látható.



7. ábra

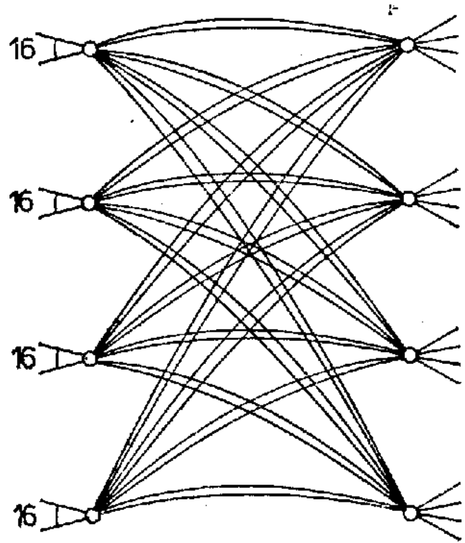
A kapcsolás alapján érthető, miért nevezik ötfokozatúnak, a két keretsereg $2-2$ fokozat, a csonka keretek csoportja pedig az 5. fokozatot jelenti.

1. feladat. Ötfokozatú kapcsolás esetén adott a bemenetek és a kimenetek egy–egy eleme, melyek között kapcsolatot akarunk létrehozni. Maximálisan hány kapcsoló állapotát kell megvizsgálni ahhoz, hogy eldönthessük, létezik-e szabad út ?

Az ESS Nr. 1 telefonközpont

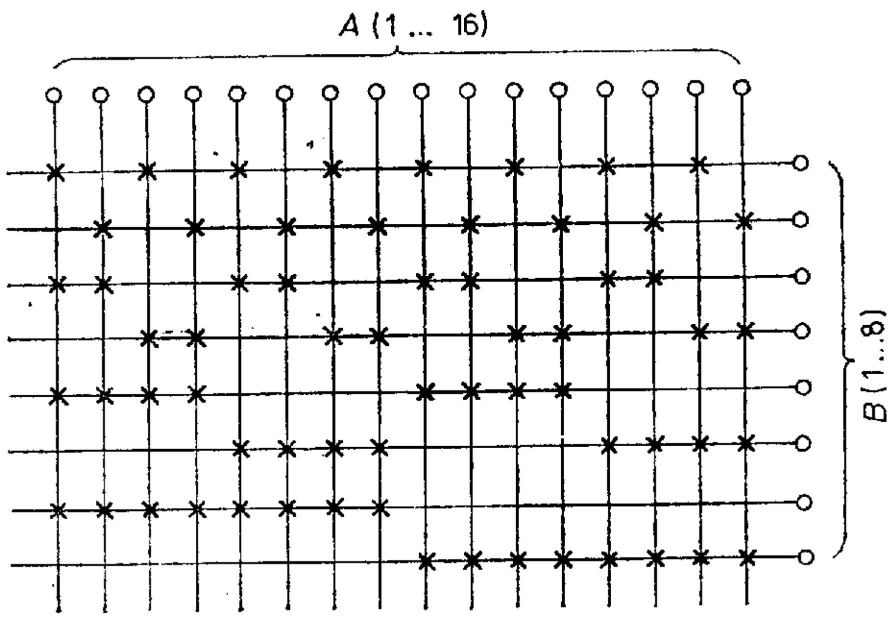
Ennél a központnál szintén megadunk néhány, a fentitől kissé eltérő értelemben használt fogalmat:

Koncentráló típusú keret. 4 db 16×8 méretű mátrix kimenetei párosával 4 db 8×4 méretű kimenetmátrix bemeneteire vannak kötve. (Minden pár más kimeneti mátrixra kerül.) Pontosan: az i-edik bemeneti mátrix $(2j-1)$-edik és $2j$-edik kimenete a j-edik kimeneti mátrix $(2i-1)$-edik és $2i$-edik bemenetét alkotja. Egy koncentráló keret tehát 64 bemenettel és 16 kimenettel rendelkezik. (Szimbolikus rajza a 8. ábrán látható.)



8. ábra

A kapcsolás külön érdekessége, hogy a bemeneti mátrixok az eddigiekben tárgyaltaktól eltérő típusúak, nincs minden pontban kapcsoló. A 9. ábrán lerajzoltunk egy ilyen mátrixot, kereszttel jelölve a kapcsolók helyét.



9. ábra

Az ábrából látható, hogy a 3. bemenet pl. nem köthető össze a 2. kimenettel stb. E különleges kialakítás éppen a szabadút-keresés nagyfokú egyszerűsítésében játszik fontos szerepet.

Alapkapcsolású keret. Itt 8 db 8×8-as mátrix képezi mind a bemeneti, mind a kimeneti fokozatot. A keret belső összekötései ugyanolyanok, mint az ötfokozatú kapcsolás egy keretén belül.

Az ESS Nr. 1. központ alapegységét a következő hálózat adja: 64 koncentráló típusú keret kimenetei csatlakoznak 16 alapkapcsolású keret bemeneteihez az előbbi példában ismertetett módon. A teljes hálózat bemeneteinek száma így 4096, kimeneteinek száma pedig 1024.

Megjegyezzük, hogy a teljes központ voltaképpen két ilyen fokozatból és még 4 alapkapcsolású keretekből álló fokozatból áll, a feladatban azonban csak egyetlen ilyen alapegységgel foglalkozunk.

2. feladat. ESS Nr. 1. központ alapegysége esetében adott egy–egy kimenet és bemenet, melyeket össze akarunk kapcsolni. Maximálisan hány kapcsoló állapotát kell megvizsgálni ahhoz, hogy biztosan eldönthessük, van-e szabad út ?