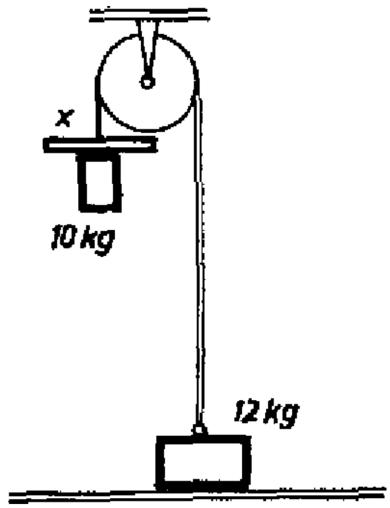
Az I. forduló feladatai

1. *Csigán átvetett fonál végein* 10 kg *és* 12 kg *tömegű testek lógnak. A* 10 kg *tömegű testen egy rúd fekszik. A* 12 kg-os *tömeget elengedve a testek elindulnak (1. ábra). Mozgás közben, a* 12 kg-*os lebillenti a rudat a* 10 kg-*osról. Mennyi legyen a rúd tömege, hogy a* 12 kg-*os test éppen a csigához érkezzen fel?*



1. ábra

Megoldás. Először egyenletesen gyorsuló, azután egyenletesen lassuló mozgás következik be. A távolság felezése folytán ezek útjai egyenlők: $a_1 t_1^2/2 = = a_2 t_2^2/2$. A gyorsuló mozgás végsebessége egyenlő a lassuló mozgás kezdősebességével: $v = a_1 t_1 = a_2 t_2$, ha eltekintünk a rúd lebillenése során bekövetkező sebességváltozástól. Ezeket a sebességeket az utak kifejezéseibe helyettesítve:

$$\frac{vt_1}{2} = \frac{vt_2}{2},$$

amiből azonnal következik, hogy a mozgás két részének az ideje és gyorsulásainak abszolút értéke egyenlő. A kisebb tömeget m_a-val, a nagyobbat m_b-vel, a rúd tömegét x-szel jelölve írjuk fel a gyorsulások egyenlőségét:

$$\frac{m_a + x - m_b}{m_a + x + m_b} \cdot g = \frac{m_b - m_a}{m_b + m_a} \cdot g.$$

Az egyenlet megoldása: $x = \dfrac{m_b^2 - m_a^2}{m_a} = 4{,}4$ kg.

Az egyenlet ilyen alakra is hozható:

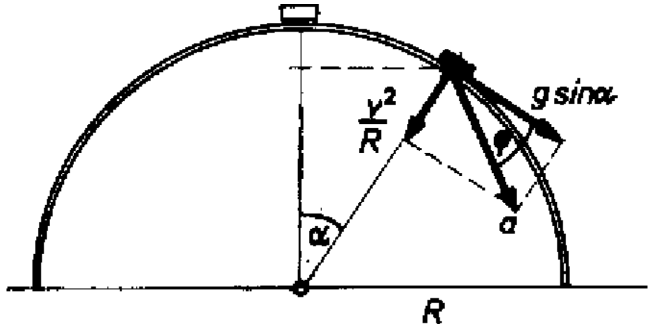
$$m_b = \sqrt{m_a(m_a + x)},$$

tehát a nagyobb tömeg mértani középarányos a kisebb tömeg és a pálcával terhelt tömeg között

2. *R sugarú henger tetejéről súrlódásmentesen csúszik le egy test.* a) *Mely helyzetben lesz a gyorsulás a „g” nehézségi gyorsulás kétharmada?* b) *Milyen irányú ekkor a gyorsulás?*

Megoldás. Az α szöggel meghatározott helyzetben a gyorsulás érintőleges összetevője $g \sin \alpha$, merőleges összetevője v^2/R, ahol v a sebesség.
A teljes gyorsulás a két összetevőből vektoriálisan tevődik össze (2. ábra):

$$a = \sqrt{(g \sin\ \alpha)^2 + (v^2/R)^2}.$$



2. ábra

A sebességet mint az α szög függvényét az energiatételből kapjuk: $mv^2/2 = mgR(1-\cos\alpha)$, innen $v^2 = 2gR(1-\cos\ \alpha)$. Ennek felhasználásával a gyorsulás:

$$a = g\sqrt{\sin^2\alpha + 4(1-\cos\alpha)^2} = \frac{2}{3}\cdot g.$$

Rendezzük a kapott egyenletet:

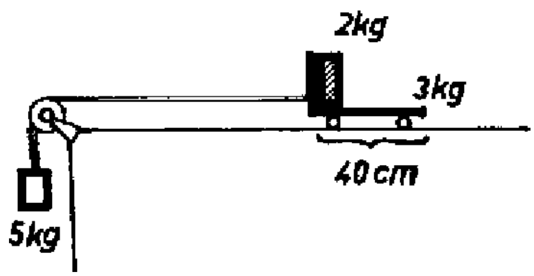
$$27\cos^2\alpha - 72\cos\alpha + 41 = 0,$$

ennek számunkra érdekes megoldása:

$$\cos\alpha = (12-\sqrt{21}) : 9 = 0{,}8242, \qquad \alpha = 34°30'.$$

Az eredő gyorsulás az érintővel φ szöget zár be, erre nézve $\cos\varphi = (g\sin\alpha) : (2g/3) = 1{,}5\sin\alpha = 0{,}8496$, $\varphi = 31°48'$.

3. *Egy* 5 kg *tömegű test húzza a* 3 kg *tömegű, súrlódás nélkül guruló kocsit (3. ábra). A kocsin fekvő tégla* 0,8 másodperc *múlva csúszott le a* 40 cm *hosszú kocsi hátsó végén. Mennyi a csúszási súrlódási együttható a tégla és a kocsi között? A tégla tömege* 2 kg. $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



3. ábra

Megoldás. Mivel a tégla csúszik a kocsihoz képest, a tégla a kocsitól 2 kg $\cdot\ \mu g$ gyorsító erőt kap és gyorsulása $\mu g = a_1$ (μ a súrlódási együttható).

A lelógó súly által kifejtett fonálerő 5 kg $(g - a_2)$, ez gyorsítja a 3 kg-os kocsit és fedezi a téglát gyorsító súrlódási erőt:

$$5\ \mathrm{kg}(g-a_2) = 3\ \mathrm{kg}\ a_2 + 2\ \mathrm{kg}\ \mu g;$$

innen a kocsi gyorsulása:

$$a_2 = \frac{5-2\mu}{8}\cdot g.$$

A kocsi és tégla megtett útjainak a különbsége a kocsi 40 cm-es hossza:

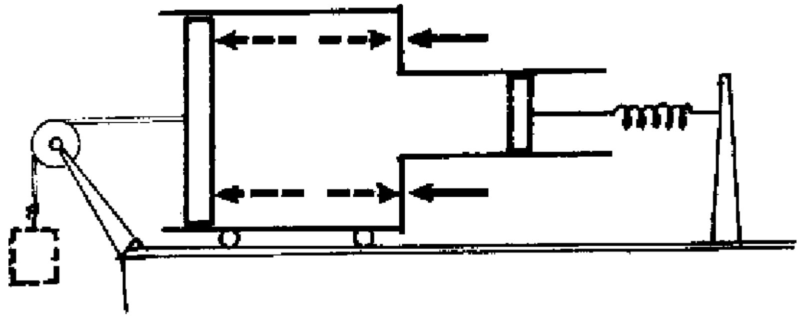
$$\frac{a_2}{2}\cdot(0{,}8\ \mathrm{s})^2 - \frac{a_1}{2}\cdot(0{,}8\ \mathrm{s})^2 = 0{,}4\ \mathrm{m};$$

a gyorsulás értékeit felhasználva:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{5-2\mu}{8}\cdot g\cdot(0{,}8\ \mathrm{s})^2 - \frac{1}{2}\cdot\mu g\cdot(0{,}8\ \mathrm{s})^2 = 0{,}4\ \mathrm{m}.$$

Az egyenlet megoldása adja az eredményt: $\mu = 0{,}4$.

4. *Hengeres edény szélesebb részének* 5 cm^2, *keskenyebb részének* 1 cm^2 *a keresztmetszet-területe (4. ábra). A dugattyúk és a görgők súrlódás nélküliek. A kis dugattyút rugóval erősítettük egy cövekhez. Mit figyelhetünk meg, ha a horogra* 1 kg *tömegű testet akasztunk? A légnyomás* 1 kp/cm^2.



4. ábra

Megoldás. Kezdetben egyensúly van, a nagy dugattyút belülről és kívülről 5 kp, a kis dugattyút belülről és kívülről 1 kp, a henger jobb oldalán található 4 cm^2 területű körgyűrűt belülről és kívülről 4 kp erő nyomja. A nyomás a hengerben 1 kp/cm^2.

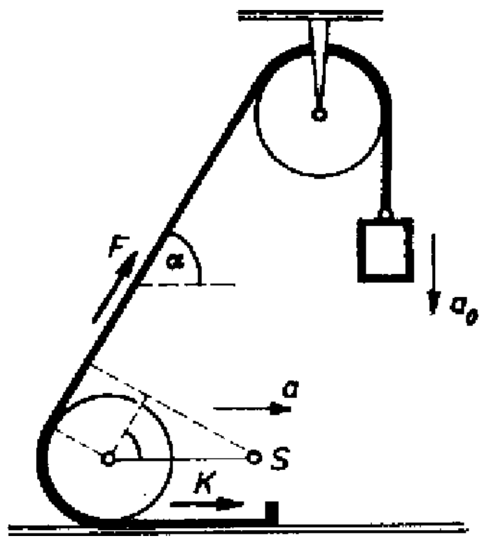
Az 1 kp súlyú test horogra akasztása után a nagy dugattyút 5 kp helyett csak 4 kp erő nyomja befelé. Az elzárt levegő kiterjed, amíg nyomása 0,8 kp/cm^2 lesz, mert ekkor nyomja a dugattyút belülről is 4 kp erő. A kis dugattyút tartó rugó megnyúlik, mert belülről 0,8 kp nyomja.

A 4 cm^2 területű körgyűrűt kívülről változatlanul 4 kp nyomja, de belülről csak 3,2 kp erő, tehát az egész henger elindul balfelé. Ha a henger balfelé mozdul el, a körgyűrű elmozdulása folytán kisebbedne a belső térfogat, amelynek azonban a 0,8 kp/cm^2 nyomás tartása miatt állandónak kell maradni. Ezért a nagy dugattyú is elindul balfelé, de a területarány következtében elmozdulása az előbb leírt helyzetéhez képest a henger elmozdulásának 80 %-a.

A II. forduló feladatai

1. *Vízszintes felületen megerősítünk egy fonalat, ezt* $r = 25$ cm *sugarú,* m=8 kg *tömegű henger alatt vezetjük el, azután egy ugyanolyan hengerből készült állócsigán vetjük át és a fonál szabad végére ugyancsak* m=8 kg *tömegű testet akasztunk (5. ábra). A messze levő hengerek között a fonál* 60°*-os szöget zár be a vízszintessel. Mekkora a lelógó test gyorsulása abban a pillanatban, amikor elengedjük? (A fonál nem csúszik.)*

(Dr. Wiedemann László)



5. ábra

Megoldás. Első lépés a lelógó test a_0 és a guruló henger középponti a gyorsulásának összefüggését megkeresni. Ha a henger középpontja kicsiny s utat tesz meg, akkor a kötélből felszabadul $s + s\cos\alpha$ a darab és ez a lelógó tömeg útja:

$$s_0 = s(1 + \cos\alpha).$$

A kicsiny s útszakasz megtétele alatt a gyorsulásokat állandóknak tekinthetjük, így az utak aránya a gyorsulások arányát adja meg:

$$a_0 = a(1 + \cos\alpha).$$

Newton II. törvényét alkalmazva a henger haladó mozgására (K és F a fonálerők):

$$K + F\cos\alpha = ma.$$

A henger forgására nézve:

$$(F - K)r = \frac{a}{r} \cdot \Theta,$$

a csiga forgására nézve:

$$(mg - ma_0 - F)r = \frac{a_0}{r} \cdot \Theta.$$

Ugyanis sima gördülés esetében a szöggyorsulások a/r és a_0/r, Θ pedig a hengerek tehetetlenségi nyomatéka. Négy egyenletből álló egyenletrendszerünk megoldása a lelógó henger indulási gyorsulására vonatkozóan:

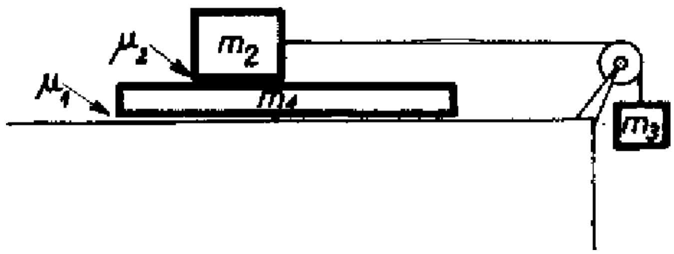
$$a_0 = g \cdot \frac{(1 + \cos\alpha)^2}{(1 + \Theta/mr^2)[1 + (1 + \cos\alpha)^2]} = \frac{6}{13} \cdot g = 0{,}462g.$$

A másik három mennyiségre adódó megoldás:

$$a = g \cdot \frac{1+\cos\ \alpha}{(1+\Theta/mr^2)[1+(1+\cos\alpha)^2]} = \frac{4}{13}\cdot g = 0{,}308g,$$
$$F = mg \cdot \frac{1}{1+(1+\cos\alpha)^2} = \frac{4}{13}\cdot mg = 0{,}308mg,$$
$$K = mg \cdot \frac{1-\Theta\cos\alpha/mr^2}{(1+\Theta/mr^2)[1+(1+\cos\alpha)^2]} = \frac{2}{13}\cdot mg = 0{,}154mg.$$

2. *Írjuk le a 6. ábrán látható rendszer mozgását! Az m_1 tömegű deszka és az asztal között μ_1, a deszka és az m_2 tömegű tégla között μ_2 a súrlódási együttható. (A csúszó és tapadási súrlódási együttható egyenlő.) Számadatok:* $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 1$ kg, $\mu_1 = 0{,}1$, $\mu_2 = 0{,}35$.

(Párkányi László)



6. ábra

Megoldás. Taglalni kell, hogy a megadott számadatok: esetében milyen mozgás jön létre.

Semmi sem mozog, ha $m_3g < \mu_2m_2g$, és egyidejűleg $m_3g < \mu_1(m_1+m_2)g$. A mi számadataink mindkettőnek ellentmondanak, ez az eset nem valósul meg.

A deszka akkor mozog, ha a súrlódási erőkre vonatkozóan igaz, hogy

$$\mu_2m_2g > \mu_1(m_1+m_2)g.$$

Számadataink megfelelnek ennek a feltételnek, tehát a deszka feltétlenül mozog. De az a kérdés, hogy a téglával együtt vagy külön? Ha a deszka és a tégla külön mozognának, akkor gyorsulásaik ezek volnának:

$$a_1 = \frac{\mu_2m_2g-\mu_1(m_1+m_2)g}{m_2} = 0{,}15g,$$
$$a_2 = \frac{m_3g-\mu_2m_2g}{m_2+m_3} = 0{,}1g.$$

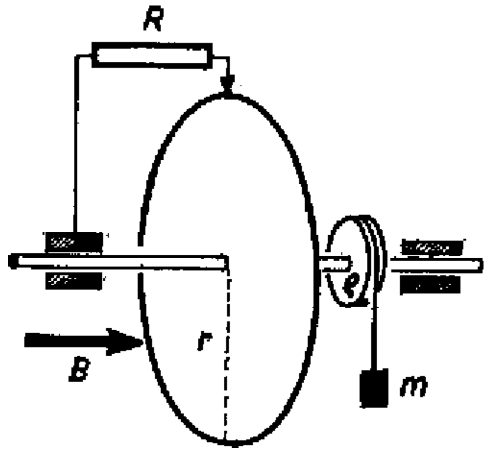
De az lehetetlen, hogy a deszka nagyobb gyorsulással mozogjon, mint a tégla. Így marad az utolsó eset: a tégla és a deszka együtt mozognak. Ebben az esetben a deszka és a tégla közös gyorsulása:

$$a = \frac{m_3-\mu_1(m_1+m_2)}{m_1+m_2+m_3}\cdot g = 0{,}12g.$$

Érdekes, hogy azok a feltételek, amelyek a mozgás fajtáját döntik el, függetlenek a nehézségi gyorsulástól.

3. *Elhanyagolható ellenállású anyagból készült r sugarú korongot vízszintes tengellyel csapágyaztunk. Tengelyén ϱ sugarú kis kerék van, amelyről fonálon m tömegű, test, lóg le (7. ábra). A tengely csapágya és a kerülethez hozzáérő csúszó érintkező közé R ellenállást kapcsolunk. Az egész korong vízszintes irányú B indukciójú mágneses térben van. Mekkora végső szögsebességre áll be a forgó korong? Számadatok:* $r = 10$ cm, $\varrho = 2$ cm, $R = 0{,}01$ ohm, $B = 0{,}2$ tesla, $m = = 50$ gramm.

(Dr. Wiedemann László)



7. ábra

Megoldás. Az úgynevezett unipoláris indukcióról van szó. A korongban a tengelytől az érintkezőig a legkülönbözőbb utakon halad az áram: $I = I_1 + I_2 + \ldots$. Tekintsük az I_1 áram útjának egy olyan kis darabját, amelynek a rádiusz irányába eső összetevője Δr, az erre ható mágneses erő $BI_1\Delta r$. Ennek az erőnek a forgatónyomatéka $BI_1 r\cdot\Delta r$, az egész forgatónyomaték egyetlen áramfonálnál: $0{,}5BI_1r^2$. Ugyanígy a második áramfonálnál $0{,}5BI_2r^2$, öszszegezve $0{,}5BIr^2$.

Az indukált elektromotoros erő $U = Brv/2$, ahol v a kerületen érvényes sebességet jelenti és átlagban a középponthoz haladva a fele számítandó. A kerületi sebesség a szögsebességgel kifejezve $v = \omega r$, így az indukált elektromotoros erő $U = B\omega r^2/2$, az áramerősség pedig $I = U/R = B\omega r^2/(2R)$. Az erre az áramra ható mágneses erő forgatónyomatéka $\omega B^2r^4/(4R)$. A beálló végállapot esetében ez egyenlő a lelógó súly $mg\varrho$ forgatónyomatékával:

$$\frac{\omega B^2 r^4}{4\,R} = mg\varrho,$$

innen:

$$\omega = \frac{4mg\varrho R}{B^2r^4}.$$

Számadatainkkal $\omega = 100\ \mathrm{s}^{-1}$.

A III. kísérleti forduló

A II. forduló dolgozatai alapján 24 versenyző kísérleti versenyen vett részt Budapesten az ELTE Természettudományi Karának Általános Fizikai Tanszékén. Egyrészt egy forgó szerkezet súrlódási forgatónyomatékát kellett meghatározniuk, másrészt értelmezni kellett a poláros fény témakörébe tartozó bemutatott kísérletet.

Az 1976. évi fizikai tanulmányi verseny eredménye.

A fizikából nem tagozatos tanulók versenyében:

I. díj: *Zimányi Gergely* (Budapest, Fazekas M. Gimn. IV. o. t., tanára: Mihály István).
II. díj: *Vankó Péter* (Budapest, Móricz Zs. Gimn. III. o. t., tanára: Sikó Attiláné).
III. díj: *Gulyás Mihály* (Orosháza, Táncsics M. Gimn. IV. o. t., tanára: Győrös Gyula).

A további helyezettek: 4. *Zsigmond Géza* (Budapest, Fazekas M. Gimn. IV. o. t., Mihály István), 5. *Tóth István* (Tata., Eötvös J. Gimn. IV. o. t., Mészáros András), 6. *Binzberger Gábor* (Budapest, Móricz Zs. Gimn. IV. o. t., Széplaki Jenőné), 7. *Lórántfy László* (Kecskemét, Katona J. Gimn. IV. o. t., Szakács Jenő), 8. *Molnár Árpád* (Budapest, Fazekas M. Gimn. IV. o. t., Mihály István), 9. *Harsányi Gábor* (Budapest, Radnóti M. Gimn. IV. o. t., Rácz Mihály), 10. *Tornóci László* (Tata, Eötvös J. Gimn. IV. o. t., Mészáros András).

A fizikából tagozatos tanulók versenyében:

I. díj: *Holló Sándor* (Eger, Gárdonyi G. Gimn. IV. o. t., tanára: Leitner Györgyné).
II. díj: *Ambrus András* (Szeged, Radnóti M. Gimn. IV. o. t., tanára: Bábitzky Edéné).
III. díj: *Faragó Béla* (Csongrád, Batsányi J. Gimn. IV. o. t., tanára: Szucsán András).

A további helyezettek: 4. *Kovács Gábor* (Budapest, Landler J. Gimn. IV. o. t., Kocsis Ferencné), 5. *Tar József* (Eger, Gárdonyi G. Gimn. IV. o. t., Leitner Györgyné), 6. *Dávid József* (Bonyhád, Petőfi S. Gimn. IV. o. t., Erdélyesi János), 7. *Virosztek Attila* (Szolnok, Verseghy F. Gimn. N. o. t., Sebestyén István), 8. *Drankovics József* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn. IV. o. t., Gál József), 9. *Földvári Csaba* (Budapest, Apáczai Csere Gimn. N. o. t., Holics László), 10. *Forján János* (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn. III. o. t., Uhrin János).