16. Mi az a legnagyobb szám, amit négy darab 7-sel, műveleti jelek alkalmazása nélkül fel lehet írni?

17. Egy nap alatt hányszor fordulhat elő, hogy ha az óramutatókat felcseréljük, a felcserélt mutatók olyan időt mutatnak, ami a valóságban létezik? (Másodpercmutató nincs az órán.)

18. Egy háromszög AB oldalán végigfut egy P pont. P-ből párhuzamost húzunk AC-vel, illetve BC-vel. Mi az így kapott AP, illetve BP alapú háromszögek körülírt körei metszéspontjának a mértani helye?

19. Milyen háromszögek esetében vannak a magasságszakaszok felezőpontjai egy egyenesen?

20. Oldjuk meg az egész számok körében az $10x^2 + 10y^2 + 101xy + 10x + y = 1971$ egyenletet.

21. Mutassuk meg, hogy ha egy derékszögű háromszög befogói a, b, átfogója c, akkor

$$a^7 + b^7 + c^7 = a^3b^3(a + b) + b^3c^3(b + c) + a^3c^3(a + c) - 2a^2b^2c^2(a + b + c).$$

22. Az ABC háromszög C csúcsából induló magasságának, szögfelezőjének, súlyvonalának metszéspontja a körülírt körrel D, E, F. Szerkesszük meg a háromszöget, ha adott D, E, F.

23. Bizonyítsuk be, hogy $(a - 1)^2$ minden n természetes számra osztója $a^n - an + n - 1$-nek.

24. Mutassuk meg, hogy $(n!)^2 \geq n^n$.

25. Adott a síkon négy pont úgy, hogy bármely kettő távolsága legalább 1. Bizonyítsuk be, hogy a közöttük levő legnagyobb távolság legalább $\sqrt{2}$.

26. Mutassuk meg, hogy egy szám összes osztójának száma pontosan akkor páratlan, ha ez a szám teljes négyzet.

27. Egy útkereszteződésnél az út kétfelé ágazik el. Meg szeretnénk kérdezni, melyik a helyes út. Az útkereszteződésben két ember áll, az egyik mindig igazat mond, a másik mindig hazudik. Megtudhatjuk a helyes utat egyetlen kérdéssel?

28. Mutassuk meg, hogy ha $n \geq 3$, akkor $\sqrt[n]{n} > \sqrt[n+1]{n+1}$.

29. 12 pénzdarab közül egy hamis, azaz más súlyú, mint a többi. Három méréssel határozzuk meg, melyik az, és hogy nehezebb vagy könnyebb!

30. Hány darab és milyen súlyok szükségesek ahhoz, hogy egy kétkarú mérleggel 40 kg-ig minden egész kilogrammot mérni tudjunk?

31. Adott három pozitív számnak a számtani, a mértani és a négyzetes közepe. Számítsuk ki a három számot!

32. Hányféleképpen lehet a sakktáblán a két királyt elhelyezni úgy, hogy azok ne üssék egymást?

33. Bizonyítsuk be, hogy minden természetes szám felírható három darab kettes számjeggyel, matematikai jelekkel és szimbólumokkal.

34. Határozzuk meg a tetraéder belsejében azon pontok mértani helyét, amelyeknek a négy lapsíktól vett távolságaik összege állandó!

35. Adott egy háromszög magasságpontjának a három oldalra való tükörképe. Szerkesszük meg ezekből a háromszöget!

36. Milyen p prímszámra lesz $p^2 + 2$ ismét prim?

37. Bizonyítsuk be, hogy minden egyenlő oldalú rácssokszög (minden csúcspontja rácspont) páros oldalú!

38. Adott az O középpontú k kör, a P és Z pontok. Szerkesszünk a k körön olyan X pontot, hogy a PXZ szöget az OX egyenes felezze!

39. Egy háromszögben fejezzük ki az oldalakkal a szögfelezők háromszögbe eső darabjainak a hosszát!

40. Bizonyítsuk be, hogy $2x + 3y$ és $9x + 5y$ az x és y ugyanazon értékeire osztható 17-tel!

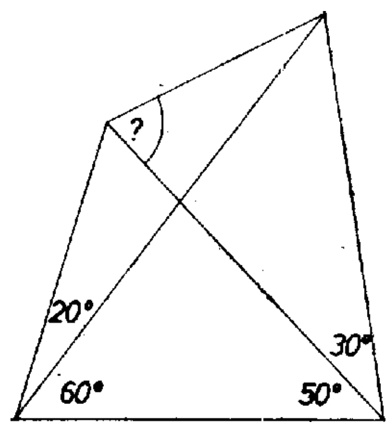
41. Adott egy háromszög magasságvonalainak talppontja. Szerkesszük meg a háromszöget!

42. Adott egy háromszög belsejében a P és Q pont. P-ből menjünk el Q-ba a legrövidebb olyan úton, amely érinti a háromszög mindhárom oldalát!

43. Az A, B, C, D E, pontok egy síkban vannak, P pedig nincs ebben a síkban. A Q pontra igaz, hogy $\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{PE})/5$. Mutassuk meg, hogy Q is benne van A, B, C síkjában!

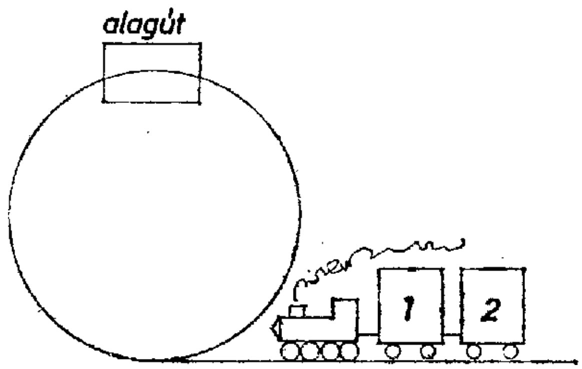
44. Adott egy trapéz négy szöge, valamint az egyik átló és egy alap szöge. Mekkora a két átló által bezárt szög?

45. Hány fokos az 1. ábrán ?-lel jelölt szög?



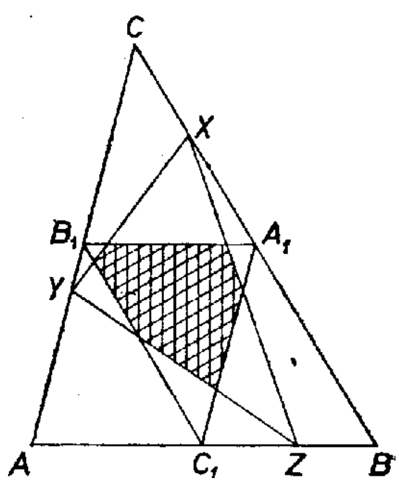
1. ábra

46. Cseréljük meg a 2. ábrán az 1-es és 2-es kocsikat, ha az alagúton csak a mozdony fér át!



2. ábra

47. Az ABC háromszög oldalfelező pontja rendre A_1, B_1, C_1. Válasszuk meg az X, Y, Z pontokat a 3. ábrán látható szakaszokon úgy, hogy a vonalkázott rész területe a lehető legkisebb legyen!



3. ábra