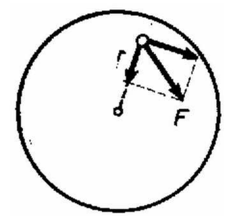
Az általános és a szakosított tantervű osztályok versenyét külön rendezték meg. A feladatok részben ugyanazok voltak.

Az I. forduló feladatai

1. feladat az általános tantervű osztályok részére. *Hanglemezjátszó korongjára a középponttól* $r = 10$ cm*-re pénzdarabot helyezünk. A súrlódási együttható a korong és a pénzdarab között* $\mu = 0{,}05$*. A korong nyugalmi helyzetéből indul. Szöggyorsulása állandó:* $\omega = 2\ \mathrm{s}^{-2}$*. Mennyi idő múlva csúszik meg a pénzdarab a korongon?*

(Holics László)

Megoldás. A korong szögsebessége $\omega = \beta t$. A pénzdarabra ható erő merőleges összetevője $m\omega^2 r = mr\beta^2 t^2$, sugárirányú összetevője $ma = m\beta r$ (1. ábra).



1. ábra

A teljes erő:

$$F = \sqrt{(mr\beta^2 t^2)^2 + (m\beta r)^2} = mr\beta\sqrt{\beta^2 t^4 + 1}.$$

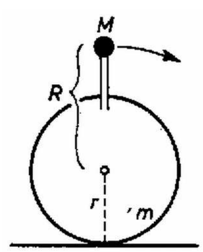
Ezt az erőt a pénzdarab addig tudja a korongtól megkapni, amíg az erő el nem éri a μmg értéket:

$$r\beta\sqrt{\beta^2 t^4 + 1} = \mu g,$$

innen

$$t = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{\mu g}{\beta r}\right)^2 - 1} = 1{,}07\ \mathrm{s}.$$

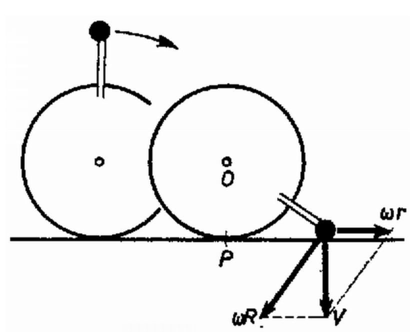
2. feladat az általános tantervű és 1. feladat a szakosított tantervű osztályok részére. *Az* $r = 3$ dm *sugarú,* $m = 40$ kg *tömegű tömör hengerhez elhanyagolható tömegű rúddal* $M = 4$ kg *tömegű test van hozzáerősítve (2. ábra). Ez a henger tengelyétől* $R = 5$ dm *távolságban van. A szerkezet labilis egyensúlyi helyzetéből kibillen. Mekkora sebességgel ütközik a* M *tömeg a földhöz? A henger csúszás nélkül gördül.* $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$.



2. ábra

(Vermes Miklós)

Megoldás. Az M tömegű test leesésével kapható munkavégzés (3. ábra) $Mg(R + r)$.



3. ábra

Ez alakul át a henger, valamint az M tömegű test haladó és forgó mozgásának mozgási energiájává. Könnyen belátható, hogy az M tömegű test függőleges sebességgel ütközik a földhöz, mert a pillanatnyi forgási középpont P. Legyen ekkor a henger szögsebessége ω. Az M tömegű test V sebességgel ütközik a földhöz, ez az O pont haladási sebességének és az O pont körüli forgás sebességének a vektoreredője: $V^2=\omega^2R^2-\omega^2r^2$. Az energiatétel szerint:

$$Mg(R+r)=\frac{m(\omega r)^2}{2}+\frac{\omega^2\cdot 0{,}5mr^2}{2}+\frac{M\omega^2(R^2-r^2)}{2}.$$

Ennek az egyenletnek a megoldása ω-ra:

$$\omega=\sqrt{\frac{2\,g(R+r)}{R^2+r^2(3\,m/2M-1)}}=3{,}22\ \mathrm{s}^{-1},$$

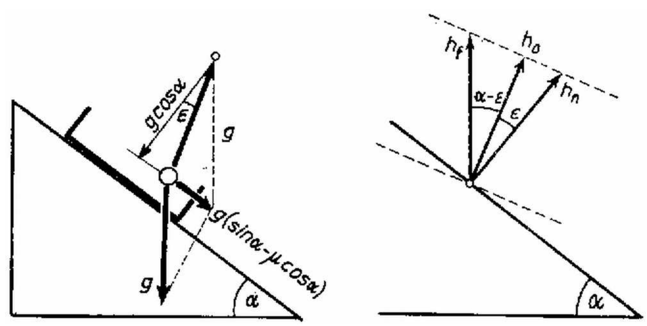
és

$$V=\omega\cdot\sqrt{(R^2-r^2)}=1{,}29\ \mathrm{m/s}.$$

2. feladat a szakosított tantervű osztályok részére. *Az* $\alpha=35^\circ\ 52'$*-es hajlásszögű lejtőn szán csúszik le. A rajta ülők higanyos barométerrel mérik a légnyomást. Ha a barométer csövét a lejtőre merőlegesen tartják, a higanyoszlop hossza* $h_n=96$ cm*, ha függőlegesen tartják, a higanyoszlop hossza* $h_f=100$ cm. *Mennyi a súrlódási együttható és mennyi a légnyomás?*

(Holics László)

Megoldás. Először meg kell állapítanunk, hogy milyen irányú és nagyságú nehézségi gyorsulás észlelhető a szánon (4. ábra).



4. ábra

Vizsgáljunk egy szánon lógó függőónt (K.M.L. 1973. 7. szám 82. oldal, illetve Dér – Radnai – Soós: Fizikai feladatok I., 23. o., 240. feladat). Az m tömegű ingatestre ható mg súlyerőnek és a fonálban ható feszítőerőnek eredőként kell kiadnia a tömeget a lejtő mentén gyorsító $mg(\sin\ \alpha-\mu\ \cos\ \alpha)$ nagyságú erőt. Ebből következik, hogy a függőón fonala a függőlegeshez képest ε szöggel hajlik vissza, ahol ε a súrlódási határszög: $\mathrm{tg}\ \varepsilon=\mu$. A fonalat feszítő erő $mg\ \cos\ \alpha/\cos\ \varepsilon$, ami kisebb, mint mg. A szánon a függőónra merőlegesen helyezkedik el a higany felszíne és a higany úgy viselkedik, mintha fajsúlya 13,6 p/cm^3 helyett kisebb volna, éspedig 13,6 p/cm$^3\cdot\cos\alpha/\cos\ \varepsilon$.

Jelöljük a külső légnyomásnak nyugvó rendszerben megfelelő higanyoszlop magasságát h_{00}-lal. A fonálinga irányában tartott Torricelli-csőben a higany $h_0=h_{00}\ \cos\ \varepsilon/\cos\ \alpha$ magasságig emelkedne a higany kisebb hatásos fajsúlya következtében. Ha megdöntjük a csövet, a higanyoszlop vége a h_0-ra rajzolt merőleges, a szaggatott vonal mentén marad. A derékszögű háromszögből $h_n=h_0/\cos\ \varepsilon$, illetve h_0 értékét felhasználva: $h_n=h_{00}/\cos\ \alpha$. Ebből a valóságos légnyomásnak nyugvó rendszerben megfelelő higanyoszlop magassága: $h_{00}=h_n\ \cos\ \alpha=76{,}8$ cm.

h_f-re szintén derékszögű háromszögből kapunk összefüggést:

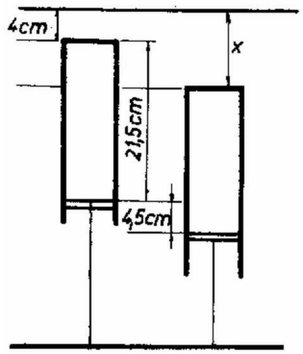
$$h_f=\frac{h_0}{\cos\ (\alpha-\varepsilon)}=\frac{h_n\ \cos\ \varepsilon}{\cos\ \alpha\ \cos\ \varepsilon+\sin\ \alpha\ \sin\ \varepsilon}=\frac{h_n}{\cos\ \alpha+\sin\ \alpha\ \mathrm{tg}\ \varepsilon},$$

innen

$$\mu=\mathrm{tg}\ \varepsilon=\frac{h_n}{h_f\sin\ \alpha}=-\ \mathrm{ctg}\ \alpha=\frac{4}{15}=0{,}267,\quad \varepsilon=15^\circ.$$

3. feladat az általános tantervű osztályok részére. *Higannyal telt nagy edényben dugattyús henger lebeg (5. ábra). A dugattyúi fonál köti az edény aljához. A hengerben* 21,5 cm *magasságban levegő van. A henger zárt vége* 4 cm*-re van a higanyfelszín alatt. Milyen helyzetet foglal el a henger, ha a fonalat* 4,5 cm*-rel megrövidítjük?*

(Vermes Miklós)



5. ábra

Megoldás. Akkor van egyensúly, ha a henger fenekén a belső és külső nyomás egyenlő. Higany-cm-ben számolva alkalmazzuk a Boyle – Mariotte törvényt:

$$(76 \text{ cm} + 4 \text{ cm})21{,}5 \text{ cm} = (76 \text{ cm} + x)[21{,}5 \text{ cm} + 4{,}5 \text{ cm} - (x - 4 \text{ cm})].$$

Rendezve:

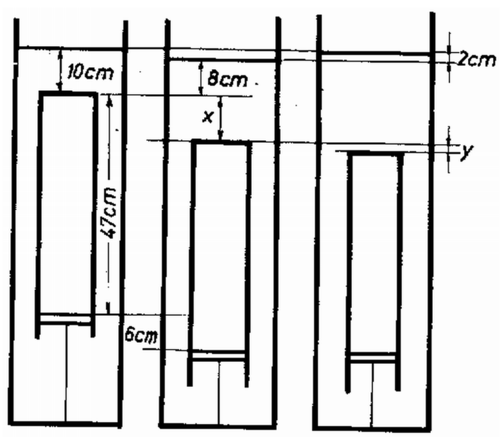
$$x^2 + 46 \text{ cm} \cdot x - 560 \text{ cm}^2 = 0, \quad \text{megoldása} \quad x = 10 \text{ cm}.$$

3. feladat a szakosított tantervű osztályok részére. *Higannyal telt* 20 cm^2 *alapterületű edényben* 10 cm^2 *alapterületű dugattyús henger lebeg. A dugattyút fonál köti az edény aljához. A hengerben* 47 cm *magasságban levegő van. A henger zárt vége* 10 cm*-re van a higanyfelszín alatt (6. ábra).*

a) *Milyen helyzetet foglal el a henger, ha a fonalat* 6 cm*-rel megrövidítjük?*

b) *Ezután mekkora térfogatú higanyt kell az edénybe önteni, hogy a higany újra a régi magasságban álljon?*

(Vermes Miklós)



6. ábra

Megoldás. *a)* A henger mozgásakor változik az edényben a higanyfelszín. Az edény és henger alapterületének az, aránya 1:2. Akkor van egyensúly, ha a henger fenekén egyeznek a nyomások. Ha a henger feneke x-szel mozdul el lefelé, akkor az edényben a higanyfelszín $(x - 6 \text{ cm})/2$-vel süllyed. A Boyle – Mariotte törvény szerint:

$$(76 \text{ cm} + 10 \text{ cm})47 \text{ cm} = \left(76 \text{ cm} + x + 10 \text{ cm} - \frac{x - 6 \text{ cm}}{2}\right) \cdot (47 \text{ cm} + 6 \text{ cm} - x).$$

Rendezve: $x^2 + 125 \text{ cm} \cdot x - 1350 \text{ cm}^2 = 0$, innen $x = 10$ cm. Az edényben a higanyfelszín süllyedése 2 cm.

b) Alkalmazzuk a Bayle – Mariotte törvényt az első és harmadik állapotra:

$$(76 \text{ cm} + 10 \text{ cm})47 \text{ cm} = (76 \text{ cm} + 20 \text{ cm} + y)(43 \text{ cm} - y),$$

rendezve

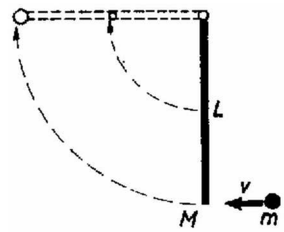
$$y^2 + 53 \text{ cm} \cdot y - 86 \text{ cm}^2 = 0, \qquad \text{innen} \qquad y = 1{,}58 \text{ cm}.$$

Az utánatöltendő higany térfogata: $20 \text{ cm}^2 \cdot 2 \text{ cm} + 10 \text{ cm}^2 \cdot y = 55{,}8 \text{ cm}^3$.

A II. forduló feladatai: A feladatok mindkét csoportban ugyanazok voltak.

1. *Az* $L = 3{,}06$ m *hosszú,* $M = 12$ kg *tömegű deszka egyik végén csapágyazva függőleges helyzetben lóg. Egy* $m = 0{,}25$ kg *tömegű lövedéket belelövünk a deszka alsó végébe úgy, hogy a lövedék bennragad a fában és a deszka fellendül. Mekkora sebességgel kell a lövedéket belelőni, rogy a deszka a vízszintes helyzetig emelkedjék fel (7. ábra)?*

(Vermes Miklós)



7. ábra

Megoldás. Az úgynevezett ballisztikus ingáról van szó. A rugalmatlan ütközés alkalmával az impulzusmegmaradás törvényét kell alkalmaznunk. Mivel forgó mozgásról van szó, az impulzusnyomatékkal számolunk, amely egyetlen tömegpontnál az impulzus és rádiusz szorzata *(mvr)*, merev testnél a szögsebesség és tehetetlenségi nyomaték szorzata ($\omega\Theta$). A belelövés pillanatában a deszka valamilyen ω szögsebességgel indul el, a lövedéket pedig úgy tekintjük, mintha L sugarú körpályán érkezett volna. Ezért az impulzusnyomaték-megmaradás törvénye szerint:

$$mvL = \omega m L^2 + \omega \cdot (1/3) \cdot ML^2.$$

Innen az indulási szögsebesség:

$$\omega = \frac{v}{L} \cdot \frac{1}{1 + M/3m}.$$

Elinduláskor a deszkának és a beleragadt lövedéknek együttes mozgási energiája:

$$\frac{m(\omega L)^2}{2} + \frac{\omega^2 ML^2/3}{2} = 0{,}5\ \omega^2 L^2 (m + M/3) = \frac{0{,}5\ mv^2}{1 + M/3m}.$$

Ha azt akarjuk, hogy a deszka a vízszintes helyzetig emelkedjék fel a benne levő golyóval együtt, akkora felemeléshez szükséges munkának egyenlőnek kell lennie az indulási mozgási energiával:

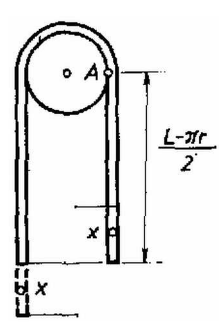
$$\frac{0{,}5\ mv^2}{1 + M/3m} = mgL + MgL/2.$$

Ebből a lövedék sebessége:

$$v = \sqrt{2\ gL(1 + M/2m)(1 + M/3m)} = 160\ \mathrm{m/s}.$$

2. *Az* $r = 10$ cm *sugarú, vízszintes helyzetű rúdra* $L = 2$ méter *hosszú, hajlékony kötelet fektetünk (8. ábra). Kezdetben mindkét oldalon a kötél egyenlő hosszú darabja lóg le. A kötél bal oldali végét kissé lehúzva megszűnik a labilis egyensúlyi helyzet és a kötél bal oldalt teljesen lecsúszik. Milyen mélyen van a kötél alsó vége akkor, amikor A ponttól kezdve elválik a rúdtól? A súrlódástól tekintsünk el.*

(Nagy László, Bodó Zalán, Párkányi László)



8. ábra

Megoldás. Tekintsük változónak a kötél végének a kezdettől megtett x útját. Eredetileg a kötél mindkét oldalon $(L - \pi r)/2 = 0{,}843$ m hosszan lóg le. Jelöljük σ-val az 1 méter hosszú kötél tömegét. Keressük a sebességet és a gyorsulást mint x függvényét.

Az energiamegmaradás törvénye szerint

$$\sigma x \cdot g \cdot x = \sigma L \cdot \frac{v^2}{2}, \quad \text{innen} \quad v = \sqrt{\frac{2\ g}{L}} \cdot x.$$

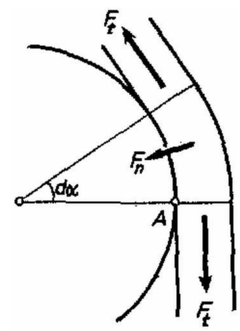
A gyorsulás:

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{2\ g}{L}} \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{2\ g}{L}} \cdot v = \frac{2\ g}{L} \cdot x.$$

A kötél kicsiny $\Delta\alpha$ középponti szöghöz tartozó darabja akkor kezd az A pontban a rúdtól elválni, amikor az erre a tömegrészre ható, a köteltől származó erő normális összetevője, F_n egyenlő lesz mv^2/r-rel:

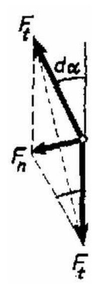
$$\frac{mv^2}{r} = F_n.$$

Kiszámítjuk és behelyettesítjük az ebben a képletben szereplő mennyiségeket. A gyorsítandó tömeg $m = \sigma r\ \Delta\alpha$, a sebesség négyzete $2\ gx^2/L$ (9. ábra).



9. ábra

A normálisan ható F_n erőt a két érintőleges F_t erőből kapjuk (10. ábra):



10. ábra

$$F_n = 2\ F_t \sin\frac{\Delta\alpha}{2} \approx F_t \cdot \Delta\alpha.$$

Az érintőleges erő az az erő, amely az A pontból lelógó köteldarabot a gyorsulással gyorsítja felfelé:

$$F_t = \left(\frac{L - \pi r}{2} - x\right)\sigma(g + a) = \left(\frac{L - \pi r}{2} - x\right)\sigma\left(g + \frac{2\ g}{L}x\right).$$

Mindezt felhasználva:

$$\frac{\sigma r \cdot \Delta\alpha \cdot 2g}{Lr} \cdot x^2 = \left(\frac{L - \pi r}{2} - x\right)\sigma g\left(1 + \frac{2}{L} \cdot x\right)\Delta\alpha.$$

Rendezve:

$$4\ x^2 + \pi r x - \frac{L(L - \pi r)}{2} = 0.$$

A megoldás:

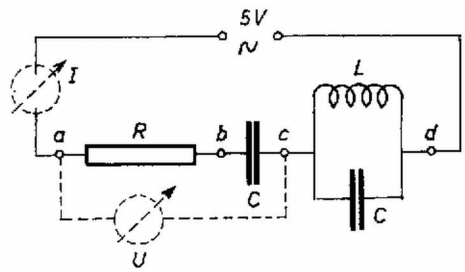
$$x = \frac{L}{8} \cdot \left[-\frac{\pi r}{L} + \sqrt{\left(\frac{\pi r}{L}\right)^2 + 8\left(1 - \frac{\pi r}{L}\right)}\right] = 0{,}611\ \mathrm{m}.$$

A baloldalt lelógó teljes kötélhossz

$$0{,}843\ \mathrm{m} + 0{,}611\ \mathrm{m} = 1{,}454\ \mathrm{m}.$$

3. *A 11. ábra szerinti kapcsolásban $R = 5\ \mathrm{k}\Omega$; a két kondenzátor kapacitása egyenlő. A berendezésre* 5 volt*os váltófeszültséget kapcsolva az áramerősség-mérő* 1 mA-*t, a feszültségmérő* 13 volt*ot jelez. Mennyit mutatnak a műszerek, ha a frekvenciát $\sqrt{2}$-ed részére csökkentjük? A feszültségmérőt végtelen ellenállásúnak, az áramerősség-mérőt elhanyagolható ellenállásúnak tekintsük.*

(Bodó Zalán)



11. ábra

Megoldás. Egy bizonyos pillanatban az áramerősség a megjelölt (a, b, c és d) pontok közötti szakaszokon ugyanaz. Az 5 volt az ezen pontok közötti feszültségek összege.

Első feladatunk, hogy a kapcsolást az eredeti körfrekvencia mellett vizsgáljuk. Mivel $I = 1$ mA és $R = 5\ \mathrm{k}\Omega$, az $a - b$ pontok közötti feszültség $U_{ab} = 5$ volt és így $U_{bd} = 0$. Ez azt jelenti, hogy b és d között rezonancia van. Mivel $b - c$ kapacitív jellegű, a $c - d$ közötti párhuzamos rezgőkörnek induktív jellegűnek kell lennie:

$$\omega L < \frac{1}{\omega C}.$$

A c és d pontok közötti eredő ellenállás a párhuzamosan kapcsolt váltóáramú ellenállások ismert szabálya szerint:

$$X_{cd} = \frac{\omega L \cdot (1/\omega C)}{(1/\omega C) - \omega L} = \frac{L/C}{(1/\omega C) - \omega L}.$$

A rezonancia feltétele:

$$\frac{L/C}{(1/\omega C) - \omega L} - \frac{1}{\omega C} = 0.$$

Ebből egy feltételt kapunk a kezdeti frekvenciára nézve:

$$\omega^2 = \frac{1}{2\,LC}.$$

A voltmérő adatából megkapjuk a b és c közötti feszültséget:

$$(13\ \mathrm{V})^2 = (5\ \mathrm{V})^2 + U_{bc}^2, \quad \text{innen} \quad U_{bc} = 12\ \text{volt}.$$

De akkor

$$X_{bc} = \frac{U_{bc}}{I} = \frac{12\ \mathrm{V}}{0{,}001\ \mathrm{A}} = 12\ \mathrm{k}\Omega;$$

továbbá

$$\omega L = \frac{1}{2\,\omega C} = 6\ \mathrm{k}\Omega.$$

Ezzel az eredeti ω-hoz tartozó adatokat ismerjük. Most végig kell számolnunk, mi történik akkor, ha a frekvencia $\omega/\sqrt{2}$ lesz.

A c és d pontok közötti párhuzamos rezgőkör impedanciája:

$$X_{cd} = \frac{(6\ \mathrm{k}\Omega/\sqrt{2}) \cdot 12\ \mathrm{k}\Omega \cdot \sqrt{2}}{12\ \mathrm{k}\Omega \cdot \sqrt{2} - (6\ \mathrm{k}\Omega/\sqrt{2})} = 4\sqrt{2}\ \mathrm{k}\Omega, \quad \text{induktív jelleggel.}$$

Az eredő impedancia b és d között $12\sqrt{2}\ \mathrm{k}\Omega - 4\sqrt{2}\ \mathrm{k}\Omega = 8\sqrt{2}\ \mathrm{k}\Omega$, kapacitív jelleggel. Soros eredője az $5\ \mathrm{k}\Omega$-mal:

$$X_{ad} = \sqrt{(5\ \mathrm{k}\Omega)^2 + (8\sqrt{2}\ \mathrm{k}\Omega)^2} = \sqrt{153}\ \mathrm{k}\Omega = 12{,}37\ \mathrm{k}\Omega.$$

Az áramerősség $5\ \mathrm{V}/12{,}37\ \mathrm{k}\Omega = 0{,}404$ mA, ennyit mutat az ampermérő.

Az eredő impedancia a és c között:

$$X_{ac} = \sqrt{(5\ \mathrm{k}\Omega)^2 + (12\sqrt{2}\ \mathrm{k}\Omega)^2} = \sqrt{313}\ \mathrm{k}\Omega = 17{,}69\ \mathrm{k}\Omega.$$

az erre jutó feszültség, amelyet a voltmérő mutat:

$$U_{ac} = X_{ac} \cdot I = 17{,}69\ \text{k}\Omega \cdot 0{,}404\ \text{mA} = 7{,}15\ \text{volt}.$$

III. (kísérleti) forduló:

A II. forduló dolgozatai alapján mindkét csoportból 11 – 11 versenyző kísérleti fordulón vett részt Budapesten az ELTE Természettudományi Karának Általános Fizikai Tanszékén. Két feladattal foglalkoztak. Az egyikben egy vezetőnek a többfázisú mágneses térben való forgását tanulmányozták. A másikban egy homorú tükörben keletkező kép fényképfelvételét kellett elemezni.

Az 1975. évi fizikai tanulmányi verseny eredménye:

Éltalános tantervű osztályok:

I, díj: *Schmidt József* (Esztergom, Dobó Katalin Gimn. IV. o. t., tanára: Sipos Imre).
II. díj: *Györgyi Géza* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. TV. o. t., tanára: Szalay Béla).
III. díj: *Sparing László* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn. IV. o. t., tanára: Rozmán Gyula és Hargitai Sándor)

A további helyezettek: 4. *Bérczi Tamás* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn. IV. o. t., Kakuszi László), 5. *Tarnóczy Tibor* (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. IV. o, t., Kelemen László), 6. *Zsigmond Géza* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. III. o. t., Mihály István), 7. *Vass Albert* (Debrecen, Fazekas M. Gimn. TV. o. t., Deczky Béla), 8. *Hettinger Ernő* (Sopron, Széchenyi I. Gimn. TII. o. t., Légrádi Imre és Vass Béla), 9. *Megyeri János* (Budapest, József A. Gimn. IV. o. t., Ujj János), 10. *Füle György* (Aszód, Petőfi S. Gimn. ÍII. o. t., Barthus Zoltánné)

Szakosított tantervű osztályok:

I, díj: *Szép Jenő* (Budapest, Veres Pálné Gimn. IV. o. t., tanára: Kishonti Istvánné)
II. díj: *Somogyi József* (Székesfehérvár, József A. Gimn. TV. o. t., tanára: Wolkensdorfer János)
III. díj: *Virosztek Attila* (Szolnok, Verseghy F. Gimn. III. o. t., tanára: Sebestyén István)

A további helyezettek: 4. *Menyhárt Zoltán* (Budapest, Eötvös J. Gimn. IV. o. t., Veres Mihályné), 5. *Berger Ferenc* (Baja, III. Béla Gimn. III. o, t., Pécsi József), 6. *Faragó Béla* (Csongrád, Batsányi J. Gimn. III. o. t., Szucsán András), 7. *Szilágyi János* (Debrecen, Kossuth L. Gimn. TV. o. t., Nagy Lászlóné), 8. *Papp Zoltán* (Mezőkövesd, I. László Gimn. TV. o. t., Varga András), 9. *Horváth Ernő* (Székesfehérvár, József A. Gimn. TV. o. t., Wolkensdorfer János), 10. *Mészáros János* (Szeged, Ságvári E, Gyak. Gimn. ÍV. o. t., Kocsis Vilmos)