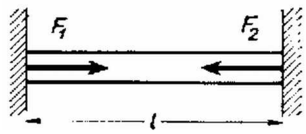
A sztatikai feladatok alaptípusában valamely nyugvó testre ható ismeretlen erőket kell meghatározni. Az ismeretlenek száma ebben az esetben megegyezik a függetlenül felírható sztatikai egyenletek számával. Mi a helyzet akkor, ha a sztatikai egyenletek számánál több ismeretlent tartalmaz a probléma? Ilyenkor a feladat sztatikailag már nem határozott, leggyakrabban az előzőleg merevnek tekintett test rugalmas tulajdonságait kell figyelembe vennünk.

A legegyszerűbb esetben a probléma egydimenziós: a testre ható erők egy egyenesbe esnek – egyetlen egyenletet írhatunk fel az erők egyensúlyára. A feladat legyen pl. a következő:

*Egy $A$ keresztmetszetű gerendát, melynek hossza $l$, lineáris hőtágulási együtthatója $\alpha$ és a rugalmassági modulusa $E$, két erős fal közé falaznak. Milyen erők hatnak a gerendára, ha a hőmérséklet $t$-vel emelkedik? A súlyerőtől tekintsünk el, a két fal távolsága állandó (1. ábra).*




*1. ábra*

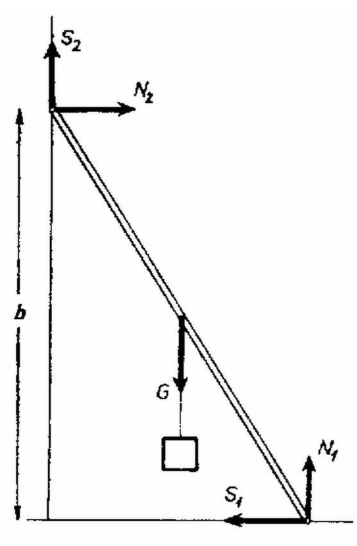
A gerendára a két végén hat a falak nyomó ereje, $F_1$, ill. $F_2$. Az erők egyensúlyára felírt egyenlet: $F_1 = F_2$. A sztatika tehát csak arra ad választ, hogy a két erő megegyezik, de hogy mennyi az $F = F_1 = F_2$ érték, már nem. A hőtágulás és a rugalmasságtan törvényeit kell alkalmaznunk. A rúd, ha nem lenne beépítve, $\Delta l = \alpha l t$-vel nyúlna meg a hőmérséklet növekedése miatt. Az $F$ erő alkalmazásával éppen ezt a $\Delta l$ nyúlást nyomjuk vissza. Hook törvénye szerint $\Delta l = lF/AE$. Ebből a két egyenletből már meghatározhatjuk az ismeretlen erőt:

$$F = \alpha E A t$$

Konkrét adatokat behelyettesítve azt kapjuk, hagy az az erő igen nagy lehet – a hidak konstrukciójánál éppen ezt a hatást kerülik el azzal, hogy csak az egyik oldalon építik össze szilárdan a hidat a parttal, a másik oldalon görgők, ill. „ dilatációs hézag" alkalmazásával szabadon mozoghat a híd vége a parthoz képest.

A gyakorlatban nem egydimenziós problémáknál a számolás általában sokkal komplikáltabb, legtöbbször gyakorlatilag nem kivitelezhető. Vizsgáljuk meg a következő példát:

*Egy súlytalannak tekinthető rudat a 2. ábra szerint függőleges síkban a falhoz támasztunk. Milyen erők hatnak a rúdra, ha $G$ súlyú terhet akasztunk a rúd közepére? A súrlódási együttható a rúd és a talaj, illetve a fal között egyaránt $\mu$.*




*2. ábra*

A rúdra az ábrán berajzolt $G$, $S_1$, $S_2$, $N_1$, $N_2$ erők hatnak. Három sztatikai egyenletet írhatunk fel, feltételezve, hogy a rúd nyugalomban van:

$$0 = N_2 - S_1,$$
$$0 = S_2 - G + N_1,$$
$$0 = N_2 b + G(a/2) - N_1 a.$$

Ez az egyenletrendszer adott $G$-re négy ismeretlent ($N_1$, $S_1$, $N_2$, $S_2$) tartalmaz, nem oldható meg egyértelműen. (Megváltozna a helyzet, ha pl. a falat simának tekintenénk, azaz az egyenletekhez még hozzávehetnénk az $S_2 = 0$ egyenletet is.) Jelenleg azonban az egyenletrendszert nem tudjuk megoldani. Ennek szemléletesen az az oka, hogy az $S_1$, és $S_2$ súrlódási erők egyaránt a rúd lecsúszását gátolják, és az, hogy ezt a feladatot hogyan osztják el egymás között, nem sztatikai eredetű. $S_1$ és $S_2$ értéke attól függ, hogy hogyan helyeztük el a rudat és a súlyt. Például ha a rúdnak először az alsó végpontját tettük le a földre, akkor óvatosan úgy döntjük neki a falnak, hogy a felső végére közben nem túlságosan nagy felfelé irányuló erőt fejtünk ki, elengedés után $S_2$ is felfelé fog hatni. Ha azonban a falhoz döntéskor a rudat kissé összenyomjuk, elérhető az $S_2 < 0$ eset, azaz $S_2$ a súlyerővel együtt a rudat lefelé mozdítaná, de $S_1$ nagyobb értéke a rúd lecsúszását megakadályozza. Kellő módon odatámasztva a rudat, így megvalósítható az $S_2 = 0$ eset is.

Látjuk, hogy $S_2$ értéke attól függ, hogy a rudat milyen körülmények között támasztottuk a falnak, illetve a nekitámasztáskor a rúd összenyomott, vagy széthúzott állapotban volt-e. Ez az igen kis, szemmel nem észlelhető, de viszonylag nagy erőt eredményező mechanikai deformáció a meghatározó. $S_2$ és így $S_1$, $N_1$ és $N_2$ értéke is attól függ, hogy milyen rugalmas állapotban (megfeszítve, összenyomva, erőmentesen) van a rúd , azaz általában azt mondhatjuk, hogy $S_1$ és $S_2$ értéke a rúd rugalmas tulajdonságaitól és az odahelyezés módjától függ.

Természetesen mindig érvényesek az

$$S_1 \leq \mu N_1; \qquad S_2 \leq \mu N_2$$

egyenlőtlenségek.

Ha kérdésünk az lenne, hogy maximálisan mekkora $G$ súlyt akaszthatunk a rúdra, hogy az meg ne csússzék, a feladat sztatikailag határozottá válnék. A súly növelésével a súrlódási erőkre és a nyomóerőkre felírt egyenlőtlenségek egyre jobban eltolódnak az egyenlőség felé, majd amikor az egyik egyenlőtlenség egyenlőségbe megy át (az egyenletek száma eggyel nő), a feladat már sztatikailag megoldható. Természetesen a rúd csak a súly további növelése után csúszik meg, amikor a másik egyenlőtlenség is egyenlőségbe megy át – csúszáskor $S_1 = \mu N_1$ és $S_2 = \mu N_2$. Ezzel a két határesetet kifejező egyenlettel együtt a három sztatikai egyenlet olyan egyenletrendszert ad, amiből a súlyerő maximális értéke is kiszámítható.