a) Vizsgáljuk meg először, mik a játék lehetséges kimenetelei. A játékos kaphat két vagy három lapot egymás után, tehát a lehetséges esetek bizonyos kettes vagy bizonyos hármas hosszúságú húzássorozatok. Az, hogy a játékos véletlenszerűen húzza a lapokat a csomagból, azt jelenti, hogy az első két húzás eredményére adódó $18 \cdot 17$ különböző eredmény mind egyformán valószínű, mindegyiknek a valószínűsége $1/(18 \cdot 17)$. Így van ez, akár felbontható az illető esemény további események összegére (mint például a kőr 2-es, pikk 3-as húzását jelentő esemény 16 kisebb eseményre bontható aszerint, hogy a még ki nem húzott 16 lap közül melyiket húzzuk harmadiknak), akár nem (mint pl. a treff 5-ös, kör 3-as húzása). Ugyancsak a véletlenszerűségből következik, hogy ha egy ilyen húzáspár tovább bontható húzás-hármasokra, akkor e részek ismét egyformán valószínűek, mindegyiknek a valószínűsége a húzáspár valószínűségének a 16-od része (hiszen az ilyen húzás-hármasok 16-osával állnak össze egy-egy, az első két húzás eredményét megszabó nagyobb eseménnyé).

A játék kimeneteleiből álló eseménytérnek tehát kétféle elemi eseményei vannak: „nagyobbak” – ezek valószínűsége $1/(18 \cdot 17)$, és „kisebbek” – ezek valószínűsége $1/(18 \cdot 17 \cdot 16)$. A játékos számára mindkettő között vannak kedvezőek, ezek valószínűségeit fogjuk összegezni.

b) Nyer a játékos, ha az első két húzás eredményének az összege 7. Magát a 7-es számot három lényegesen különböző módon állíthatjuk elő két, a lapokon előforduló szám összegeként:

$$7 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3.$$

Mindegyik előállításban 3–3-féleképpen választhatjuk meg a lapok színét, és 2-féleképpen a lapok sorrendjét. A „nagy” kedvező elemi események tehát $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$, így ezek valószínűségeinek az összege:

$$p_1 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2}{18 \cdot 17} = \frac{3}{17}.$$

c) Háromtagú összegre négyféleképpen bonthatjuk a 7-et:

$$7 = 5 + 1 + 1 = 4 + 2 + 1 = 3 + 3 + 1 = 3 + 2 + 2.$$

Ezek közül azoknak, amelyekben két egyenlő tag van, $3 \cdot \binom{3}{2} \cdot 6$ „kisebb” elemi esemény felel meg, mert az egyedül szereplő szám színét 3-féleképpen, a kétszer szereplő szám színeit $\binom{3}{2}$-féleképpen, a három lap sorrendjét $3! = 6$-féleképpen választhatjuk meg.

Egyetlen olyan háromtagú felbontása van a 7-nek, melyben különböző tagok szerepelnek. Ennek $3^3 \cdot 6$ „kisebb” elemi esemény felel meg, hiszen mindegyik szám színét 3-féleképpen választhatjuk meg, a sorrendet pedig ismét 6-féleképpen.

Ezek szerint a kedvező „kisebb” elemi események valószínűségeinek az összege

$$p_2 = \frac{1}{18 \cdot 17 \cdot 16} \left\{ 3 \cdot 3 \cdot \binom{3}{2} \cdot 6 + 3^3 \cdot 6 \right\} = \frac{2 \cdot 9}{17 \cdot 16} = \frac{9}{136}.$$

d) A játékos tehát

$$p = p_1 + p_2 = \frac{3}{17} + \frac{9}{136} = \frac{33}{136} = 0{,}243$$

valószínűséggel nyer.

Csetényi Artúr (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. A két lappal való nyerésre talált $3/17$ valószínűséget egyszerűbben is megkaphatjuk: bármi legyen is az első húzás eredménye, a játékos még nem állhat vesztésre, és a visszamaradó 17 lap között mindig pontosan 3 olyan van, amelyik 7-re egészíti ki az első lapon levő számot.

2. Talán zavaró, hogy a b) és c) esetekben más az összes eset száma. Ez annak felel meg, hogy nem ugyanazt a valószínűségi mezőt vettük alapul a két részben. Ez a sokszor kényelmes egyszerűsítés megengedhető, ha világosan látjuk, hogy a közös mező tulajdonképpen a következő: egymás után húzunk három lapot, és kedvező az a két eset, amikor az első kettő összege 7, vagy a három lap összege 7.