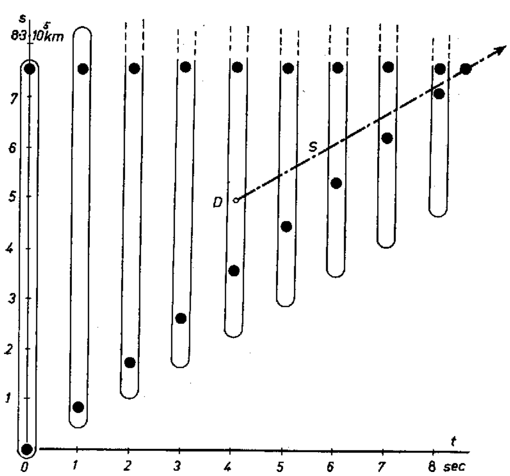
A múlt évben három cikk a speciális relativitáselmélet alapjait mutatta be (KML. 6., 8–9. és 10. számban). Ezek lényeges eredménye ez volt: ha egy test sebessége kezd a fénysebességhez közeledni, akkor a tér- és időadatok átszámolását a Lorentz-transzformáció szabályaival kell elvégezni. Ha a v sebességgel mozgó testen lakók két esemény között T időtartamot és L hosszúságot mérnek, akkor az álló rendszerben kT időtartamot és L/k hosszúságot észlelnek. Az eltérést jelentő szorzó:

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

k csak akkor kezd 1-nél észrevehetően nagyobb lenni, ha v sebesség közeledik c fénysebességhez. L a mozgás irányában fekszik, az erre merőleges távolságot mindkét rendszerben egyenlőnek észlelik. Az idő- és távolságadatok sebességtől való függése tapasztalati tény, amelyet tudomásul kell vennünk.

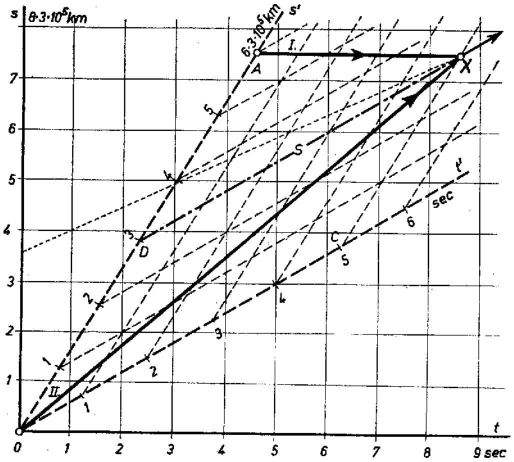
Újra felidézzük az 1973. évi 5. szám 226. oldalán látható ábrát (lásd ezen cikk 2. ábráját). Tulajdonképpen olyan koordináta-rendszerről van szó, amelyet az út–idő grafikonok rajzolására szoktak használni. A folytonos vonallal rajzolt t, s tengelyek az állónak tekintett saját koordináta-rendszerünkben érvényesek. Egy igen hosszú űrhajó, laboratórium (Rellab) mozog az s tengely mentén $v = 3c/5 = 180\,000$ km/s sebességgel. Ekkor $k = 5/4 = 1{,}25$. Az O-ból t' felé menő vastag szaggatott egyenes tünteti fel a Rellab hátsó végének útját. A Rellabon érvényes s' úttengely az s-sel zár be 3/5 tangensű szöget. A szaggatott vonalakról a Rellabon érvényes tér- és időadatokat le lehet olvasni. Az origókat kényelem kedvéért egybeejtettük. Ha például a Rellabon $t' = 5$ s-kor a $3 \cdot 3 \cdot 10^5$ km $= s'$ helyen (X-pont) gyufát gyújtanak meg, akkor ezt mi $t = 8{,}5$ s-kor, $s = 7{,}5 \cdot 3 \cdot 10^5$ km-es helyen észleljük.

Az alapvető mozgástani mennyiségek Lorentz-transzformáció szerinti átszámítása nyilván magával hozza, hogy a mozgást leíró törvények átírása az egyik rendszerből a másikba nem is olyan egyszerű feladat. Ki lehet építeni a speciális relativitáselméleten alapuló, mozgásokat leíró tudományt, a relativisztikus kinematikát. A mi mostani feladatunk ennél még érdekesebb: a dinamika alaptörvényeit fogjuk tanulmányozni, az erő és a tömeg fogalmát. Eközben a tapasztalat által sokszorosan igazolt alapnak kell elfogadnunk a tér-idő azon szerkezetét, amelyet a 2. ábra fejez ki.



1. ábra

Az igen hosszú, hozzánk képest $v = 3c/5$ sebességgel mozgó Rellabon egy kísérletet végeznek. Az 1. ábra a Rellab helyzetét mutatja másodpercről másodpercre. A Rellab lakói joggal tekinthetik magukat nyugvónak, hiszen az egymáshoz képes egyenletes egyenes vonalú mozgást végző koordináta-rendszerek egyenrangúak. Kísérletük a következő. Ugyanabból az anyagból egyenlő átmérőjű golyókat öntenek. A II. számú golyót $3c/5$ sebességgel gurítják el az egyik irányban. Erről azt észlelik a Rellab lakói, hogy $t' = 0$-kor $s' = 0$-ról indult el (O) és $t' = 5$ s-kor érkezett $s' = 3 \cdot 3 \cdot 10^5$ km-hez (X). Az I. számú golyót ugyanebben az egyenesben ellenkező irányban gurították; $t' = 0$ s-kor indult $6 \cdot 3 \cdot 10^5$ km-ről (A) és $t' = 5$ s-kor érkezett $s' = 3 \cdot 3 \cdot 10^5$ km-hez (X), tehát sebessége $-3c/5$. A 2. ábrán a két golyó mozgásának úttörvénye be van rajzolva vastag vonalakkal.



2. ábra

X-hez érkezve a szemben ugyanakkora értékű sebességgel haladó golyók rugalmatlanul ütköznek, a golyók megállnak, közös úttörvényüket ezután az X-ből jobbra kiinduló vastag nyíl mutatja. Nem következhet be más, mint hogy a golyók megállnak, hiszen anyagukban sincs semmi különbség, sebességeik abszolút értéke egyenlő és mindkét irány egyenrangú. (Ha ütközés után a golyók erre vagy arra mozognának, a Rellab lakói nem értenék, hogy az ő álló világukban miért van különbség a két irány között.) Nyilvánvaló, hogy a golyók megállnak. Ezt a tényt a Rellab lakói úgy szövegezik meg, hogy a golyók tehetetlenségének mértéke – tömege – egyenlő volt, akármelyik választható lett volna m_0 tömegegységnek. Igaznak találták az impulzustörvényt is, hiszen a $+3m_0c/5$ és $-3m_0c/5$ impulzusok összege az ütközés előtt nulla és nyilvánvalóan utána is.

A Rellabon megvizsgálták a két golyó közös súlypontjának a viselkedését is. Egyenlő tömegek esetében ez mindig a tömegeket összekötő egyenesszakasz felezőpontjában van. Úttörvény-ábránkon a közös súlypont a $D-S-X$ vonalon mozog, t'-vel párhuzamosan (D az OA szakasz felezőpontja). Ha a Rellabon egy hosszú deszkát fektettek végig, amely mindössze egy ékkel van alátámasztva (az alátámasztási pont $t'=0$-ban éppen a D pont), és ezen a deszkán gurulnak a golyók, akkor az egész kísérlet közben a deszka nem billen meg.

Az előző két bekezdésben leírt tapasztalatot, hogy miként észlelték az egyenlő tömegű golyók rugalmatlan ütközését, az esti hírek között leadja a Rellab rádióadója, hogy a lakosságuk értesüljön erről a természeti tényről. Azzal, hogy az ő „nyugvó” világukon kívül van-e még valami, nem is törődnek.

Azonban mi is létezünk a t–s úgynevezett álló koordináta-rendszerünkkel együtt. Fizikusaink magnószalagra vették a Rellab adását és másnapi értekezletükön megvitatják annak tartalmát. A Rellab ugyanis átlátszó műanyagból készült, a benne történteket mi is megfigyeltük (1. ábra). Mit láttunk? (Ne felejtsük el, a golyók csak egyféleképp viselkedhettek, amint azt az 1. és 2. ábrák mutatják, tekintet nélkül arra, hogy kik, hányan és honnan nézik őket!)

A mi fizikusaink a következőket észlelik. Az egyik golyó (II.) O-ból indulva $t=8{,}5$ s-kor ért $s=7{,}5\cdot 3\cdot 10^5$ km-hez, tehát sebessége $V=7{,}5c/8{,}5=15c/17$ volt. A másik golyó az ütközésig mozdulatlanul állt $7{,}5\cdot 3\cdot 10^5$ km-nél (I.). Fizikusaink azt is látták, hogy a golyók egy a közepénél alátámasztott hosszú deszkán gurultak, az ék azonban nem a két golyó távolságának felezőpontjában volt, hanem II.-höz közelebb (a két golyó indulása a Rellabon egyidejű esemény, de a mi koordináta-rendszerünkből nézve, mivel a két esemény nem azonos pontban történt, már nem egyidejű). A rugalmatlan ütközés után az összetapadt golyók az ék fölött megállva mozogtak vele együtt tovább $v=3c/5$ sebességgel. Nem kétséges fizikusaink véleménye, a II. golyó nagyobb tömegű, mint az I. golyó. Mindezen nincs mit csodálkozniuk, ezt észlelték és így van. De most jön valaki a Rellab-szöveggel, amely egyenlő tömegű golyók ütközéséről szól. Másnap a Rellabon takarítás van, a golyókat kidobálják, tudósaink megtalálják azokat, észlelik, hogy mindenben egyeznek, az ütközési próba és a súlypontvizsgálat folyamán is. Fizikusaink nem tehetnek mást, mint hogy rájönnek a relativitáselméletre. El kell fogadnunk, ha a Rellabon mint nyugvó rendszeren két golyót egyenlő tömegűnek észlelnek, akkor a hozzájuk képest mozgó rendszerből észlelve a tömegek a sebességtől függően változnak.

A mi fizikusaink számára az I. golyó nyugszik, tömegét használhatjuk mint m_0 tömegegységet. Azonban a $V=15c/17$ sebességgel mozgó II. golyó tömege ekkor xm_0. Ha az ütközés előtti impulzusösszeg egyenlő a súlypontban egyesítve gondolt tömeg impulzusával, akkor:

$$m_0\cdot 0+xm_0\cdot\frac{15}{17}\cdot c=(m_0+xm_0)\cdot\frac{3}{5}\cdot c.$$

Innen $x=17/8$. Ennyiszer nagyobb a V sebességgel mozgó tömeg. De ez a szám éppen a V sebességhez tartozó k-szorzó:

$$k=\frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-(15/17)^2}}=\frac{17}{\sqrt{17^2-15^2}}=\frac{17}{8}=x.$$

A nyugalomban m_0 nagyságú tömeg V sebesség mellett:

$$m = km_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(V/c)^2}}.$$

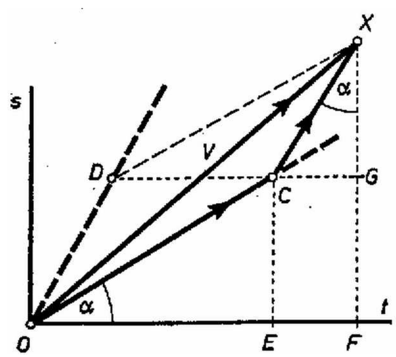
Az egyetlen numerikus esetben észlelt összefüggést természetesen általában is le kell vezetni. Az előbbi impulzustörvény:

$$m_0 \cdot 0 + xm_0V = (m_0 + xm_0)v,$$

illetve

$$xV = v + xv.$$

Most a Rellab v sebessége helyébe be kell hoznunk a golyó hozzánk viszonyított V sebességét. Ehhez a relativitáselmélet sebességösszegezési szabálya volna szükséges, amit a mi egyszerű esetünkben könnyen megkaphatunk.



3. ábra

A 3. ábrán t' iránytangense $\operatorname{tg}\alpha = v/c$. Az s' tengely szimmetrikus a középvonalhoz, ezért X-nél is α szög van. Mivel az egyik tömeg nyugszik, az $OCXD$ paralelogramma rövidebb átlója vízszintes és C pont ordinátája az X ordinátájának a fele, $CE = FG = XG$. Ha az OE időt t-nek vesszük, akkor $CE = FG = XG = vt$. Továbbá $CG = GX\ (\operatorname{tg}\alpha)/c = (vt)(v/c^2) = v^2t/c^2 = EF$. A keresett V sebesség az XOF szög tangense:

$$V = \operatorname{tg} XOF\sphericalangle = \frac{XG+FG}{OE+EF} = \frac{vt+vt}{t+tv^2/c^2} = \frac{2v}{1+v^2/c^2}.$$

Ezt helyettesítjük az $xV = v + xv$ impulzustörvénybe, amiből

$$x = \left[1+(v/c)^2\right] : \left[1-(v/c)^2\right].$$

A fenti V-vel nyerjük a következő összefüggést:

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \left[1+(v/c)^2\right] : \left[1-(v/c)^2\right].$$

Ugyanazt kaptuk, tehát x valóban a V sebességhez tartozó k szorzó.

Foglaljuk össze nyert eredményeinket: A két, egymáshoz képest egyenesvonalú egyenletes mozgásban levő koordinátarendszer között az adatok átszámítására a Lorentz-féle képleteket kell használni. Ebből szükségképpen következik, hogy az impulzus állandóságának a törvénye és a tömeg sebességtől való függetlensége összeférhetetlen állítások. Einstein próbaképpen az impulzustörvény érvényességét tételezte fel, amiből az következett, hogy a V sebességgel mozgó m_0 nyugalmi tömegű test tömege km_o. A tapasztalat sokszorosan igazolta ezen elméleti feltételezés jogosságát. Pontos mérésekkel igazolták, hogy a gyorsan mozgó elektronok tömege szigorúan a km_0 képlet szerint mutatkozik nagyobbnak. Minden gyorsítóberendezés tervezésénél pontosan figyelembe kell venni a tömegnövekedést, gyakorlati esetben k értéke 100–1000 is lehet.

Az impulzus állandóságának törvénye minden sebességnél, mindegyik koordináta-rendszerben igaz, ha a tömeget km_0 értékkel számoljuk. Az erőt a relativitáselmélet mint az időegységre jutó impulzusváltozást definiálja. A nyugalmi tömeg és a gyorsulás szorzata általában ettől eltérő értéket ad. Kis sebességeknél a relativisztikus dinamika a klasszikus dinamikába megy át, a tehetetlenség mérőszáma megegyezik a nyugalmi tömeggel.