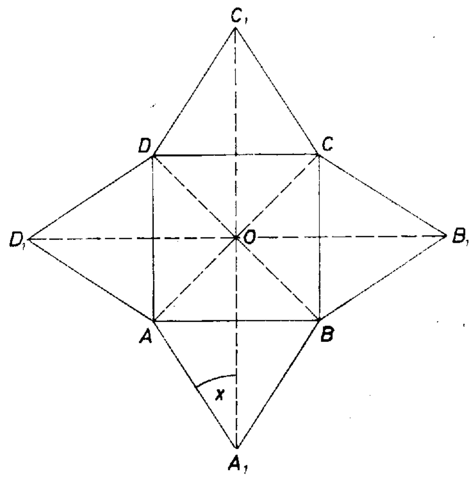
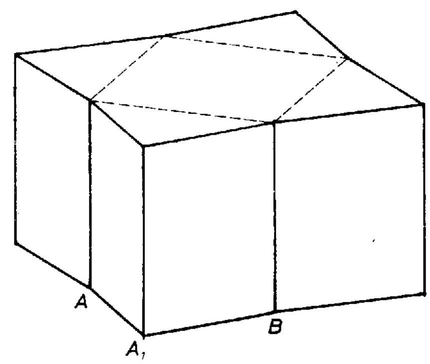
Legyen a kiindulási alapnégyzet $ABCD = N$, a teljes alapidom két egymás utáni oldala AA_1, és A_1B, és N középpontja O. Vizsgáljuk először az építendő T tárolónak az AOB szögtartomány fölötti részét, jelöljük ezt T_1- gyel.





Legyen $OA_1A\sphericalangle = x$, ekkor ($OA = \sqrt{2}$ alapján)

$$AA_1 = \frac{OA \sin 45^\circ}{\sin x} = \frac{1}{\sin x},$$

$$OA_1 = OF + FA_1 = 1 + \operatorname{ctg} x,$$

ahol F az AB oldal felezőpontja. Ezek szerint T_1 térfogata

$$V_1 = 2\frac{OA_1 \cdot AB}{2} = 2(1 + \operatorname{ctg} x),$$

és T_1 megépítendő határoló lapjainak az összterülete

$$F_1 = 2 \cdot \frac{OA_1 \cdot AB}{2} + 2(AA_1 + A_1B) = 2(1 + \operatorname{ctg} x) + \frac{4}{\sin x}.$$

A tároló T_1 részének a megépítéséből származó haszon (egységül ezer forintot választva):

$$H_1 = H_1(x) = 2{,}5\ V_1 - F_1 = 3(1 + \operatorname{ctg} x) - \frac{4}{\sin x}.$$

A feladat szövege szerint ez a függvény a $0 < x < 135^\circ$ tartományban van értelmezve, és a deriváltja

$$H_1'(x) = -\frac{3}{\sin^2 x} + \frac{4\cos x}{\sin^2 x} = 4\frac{\cos x - \dfrac{3}{4}}{\sin^2 x}.$$

Ez 0-val egyenlő, ha $\cos x = 3/4$, azaz $x = 41^\circ\, 25'$. Ha $x < 41^\circ\, 25'$, akkor $\cos x > 3/4$, és $H_1'(x) > 0$, ha pedig $x > 41^\circ\, 25'$, akkor $H_1'(x) < 0$, tehát $H_1(x)$-nek az $x_0 = 41^\circ\, 25'$ helyen maximuma van. (Ekkor az A_1 pont N-en kívül van.)

Hasonló eredményre vezet a T tárolónak a BOC, COD, DOA szögtartományok feletti részének a vizsgálata; e részek építéséből származó haszon rendre csak az OB_1B, OC_1C, OD_1D szögektől függ, és egymástól függetlenül akkor maximális, ha $OB_1B\sphericalangle = OC_1C\sphericalangle = OD_1D\sphericalangle = 41^\circ\, 25'$. Ekkor $OA_1 = OB_1 = OC_1 = OD_1 = 2{,}13$ m, és az építkezés teljes haszna $4H_1(x_0) = 1416$ Ft.

Lukács Éva (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o. t.)
Katona Klára (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)