

Az alábbiakban részleteket közlünk A. N. Kolmogorov hasonló című ismert könyvecskéjéből¹

1. Mindannyiunk számára jól ismert a matematikai módszerek jelentősége olyan tudományokban, mint a mechanika, a fizika vagy az asztronómia. Ugyanígy tudjuk azt is, hogy a matematika nélkülözhetetlen a mérnöki vagy technikai munkában. Kevésbé világos azonban az, hogy mit is jelent matematikusnak lenni, fő hivatásként matematikai problémákkal foglalkozni.

Sokan úgy képzelik, hogy a matematikai tankönyvekben és kézikönyvekben eddig összegyűjtött képletek és szabályok bőségesen elegendők a gyakorlati életben előforduló valamennyi feladat megoldására. Még a művelt emberek is gyakran kérdeztetik hitetlenkedve: lehetséges-e manapság a matematikában valami újat csinálni?

Ezért a matematikust is gyakran unalmas embernek képzelik, aki élete folyamán sok ezer képletet és tételt magolt be, s akinek feladata nem más, mint hogy a megtanult, kész ismereteit átadja másoknak.

Mindebből csak annyi igaz, hogy az alapfokú matematikát, amit a középiskolában, illetve a felsőbb tanulmányok első éveiben sajátítunk el, már régóta ismeri és használja az emberiség. De már ezeket az alapokat is csak akkor tudjuk hatásosan alkalmazni, ha a szabályokat és képleteket alkotó módon sajátítjuk el, ha látjuk, hogyan lehet hozzájuk önállóan eljutni. A közép- vagy felsőfokú iskolákban az oktatónak nemcsak ismernie kell az előadandó tananyagot. Matematikát jól tanítani csak az tud, aki lelkesedik a matematikáért és úgy tekinti mint élő és fejlődő tudományt. Biztosan sok középiskolás tudja, milyen szórakoztatóvá és ennek köszönhetően milyen egyszerűvé válik a matematika ilyen tanár kezében.

Még nagyobb önállóságra és a matematikai formalizmus iránti érzékre van szüksége annak, aki műszaki problémák megoldására akarja alkalmazni a matematikát. Mivel azonban az ehhez szükséges matematikai tudás és tehetség nincs meg mindenkinben, egyre több műszaki kutatóintézet, sőt egyes nagyobb vállalatok is, a mérnökökkel együtt matematikusokat alkalmaznak különféle műszaki feladatok megoldására.

Széles körben elterjedt az a nézet, mely szerint a matematika lezárt, egyszer s mindenkorra felépített tudomány. A valóságban napjaink matematikája újabb és újabb elméletekkel gazdagodik. Ezek az új elméletek más tudományok által felvetett kérdésekre keresik a választ (pl. nem-lineáris ingadozások, szuperszonikus sebességek mechanikája, kvantumfizika). Ezen túl magában a matematikában is gyakran előfordul, hogy miután a tudósok látszatra különböző problémák egész sorát megoldották, mindegyiket más-más módon, új, általános elméletek születnek és más megvilágításba helyezik ezeket a már megoldott problémákat, lehetővé teszik azok egységes tárgyalását. Például a szinte szemünk előtt kifejlődő „funkcionálanalízis” módszerei a XVII–XVIII. században született matematikai analízishez úgy viszonyulnak, mint ahogy az algebra viszonyul az aritmetikához. A funkcionálanalízis ún. „operátormódszere” gyümölcsöző alkalmazásra talált a modern fizikában és a műszaki tudományokban.

Jelenleg különösen hiányoznak a nehéz numerikus feladatok elvégzésére alkalmas matematikusok.

Gyakoriak az olyan feladatok, melyeknél számszerű eredmény eléréséhez egy ember képességét meghaladó mennyiségű számolás kell. Testben ébredő rugalmas erők számítása, gátak alatti vízszivárgás, repülőgépre ható közegellenállás, lövedék pályája – tipikus példái az ilyen jellegű feladatoknak. Tudományos és tervezőintézetekben, ahol gyakran van szükség hasonló számítások elvégzésére, már régóta működnek számítástechnikai osztályok, ahol mérnök-számítástechnikusok a számtani alapműveletek elvégzésére alkalmas egyszerű számológépek segítségével oldanak meg igen számításigényes feladatokat. Azonban a korszerű tudomány és technika felvet olyan feladatokat is, melyek a numerikus technika ilyen fokán csak hónapok, ha nem évek alatt volnának megoldhatók és számítástechnikusok tucatjainak munkáját vennék igénybe. A dolgok ilyen állása idézte elő a „gépi matematika” rohamos fejlődését.

A modern számítógépek megszerkesztése és kiszolgálása mérnöki feladattá vált, melyet a diákok a műszaki főiskolák és egyetemek megfelelő szakain sajátíthatnak el. Egy régi típusú számítástechnikai részlegben dolgozónak, vagy annak, aki egy modern számítógépbe az adatokat betáplálja, elegendő a középiskolai végzettség és egy féléves begyakorlás. Ahhoz viszont, hogy egy matematikai feladat eljusson odáig, hogy számítógépbe betáplálható legyen, nagyszámú, alapos matematikai ismerettel rendelkező szakemberre van szükség.

A „numerikus módszerek” elmélete virágzó tudománnyá fejlődött, és az ilyen módszereket ismerő szakember iránti igény napról napra nő. Szemünk előtt születnek meg a programozás különböző sajátos problémái, melyeknek lényege, hogy bizonyos feladatokat olyan alakra hozzunk, melyeket gépeken, teljesen automatikusan meg lehet oldani.

2. Éppúgy, mint bármely más tudományban, a matematikában is nélkülözhetetlen, hogy alaposan ismerjük mindazt, amit a tanulmányozandó kérdéssel kapcsolatban már eddig elvégeztek. Nem szabad mégsem azt hinnünk, hogy a matematikában más tudományoknál nehezebb valami új eredményt elérni. A tapasztalat mást mutat: a tehetséges matematikusok rendszerint fiatal korban megkezdték a tudományos kutatómunkát. Ha a 16–17 évesen elért felfedezések kivételesnek számítanak is, az egyetemeken középső évfolyamain, 19–20 éves korban megkezdett tudományos kutatómunka tipikusnak mondható a szovjet tudósok jó részénél Sz. L. Szoboljev akadémikust 1933-ban, 25 éves korában választották a SZTA levelező tagjainak sorába. Ugyancsak 25 évesen, 1953-ban lett levelező tag Sz. N. Mergeljan.

A matematikai felfedezések nagy részének mélyén valami egyszerű ötlet található: egy szemléletes geometriai tény, új elemi egyenlőség stb. Ezt a kis ötletet kell aztán alkalmas módon kamatoztatni az első pillantásra esetleg megközelíthetetlennek tűnő feladat megoldására. Érdekes ilyen szempontból elolvasni néhány fejezetet a híres szovjet algebrista, N. G. Csebotarjev „Matematikai önéletrajz” című művéből, melyben a szerző saját matematikai eredményeit tárgyalja, kezdve a gimnazista első kísérletétől a nagy algebrai felfedezésekig.

¹ A. N. Kolmogorov: A matematikus hivatásról. Izdatyelsztvo, Moszkva, 1959.

Manapság, amikor a matematikusok és az egyéb tudomány ágak képviselői közt egyre hasznosabb lesz az együttműködés, egészen határozottan el lehet mondani, hogy ez az együttműködés akkor a leghatásosabb, ha a matematikus nem szorítkozik pusztán arra, hogy teljesítse mások „megrendeléseit”, hanem maga is megkísérel behatolni a természettudományos és műszaki problémák lényegébe. A matematikai és elméleti fizika, az elméleti mechanika vagy az elméleti geofizika jövődó tudásai kétféleképpen készülhetnek fel hivatásukra: vagy fizikát, mechanikát, geofizikát tanulnak először, vagy mindjárt kezdtől fogva matematikával foglalkoznak és később specializálódnak a matematika egyik vagy másik alkalmazási területére.

Van olyan felfogás, mely szerint ez a második út az eredményesebb, azaz könnyebb biztos matematikai alapokból kiindulva megtanulni az aerodinamikát, a gépek mechanikáját, a földrengéstant vagy a dinamikus meteorológiát, mint szakemberként bepótolni a felkészültségben mutatkozó matematikai hiányosságokat. Ez a nézet talán kissé szélsőséges és ellene lehet vetni, hogy például ritka kivételnek számít az a matematikus, aki, átrándulva valamely szomszédos területre, elfogadható experimentális technikáról tesz tanúbizonyságot. De azt sem lehet eltagadni, hogy a határtudományok sok nagyszerű tudósa végzettségére nézve eredetileg matematikus volt.

Szinte lehetetlen elkülöníteni a matematikát a mechanikától vagy a földrengéstantól M. A. Lavrentyev és Sz. L. Szoboljev matematikus munkáiban. Elsősorban mint a mechanika tudósa híresek M. V. Keldis és L. I. Szedov akadémikusok, valamint L. N. Sztrenszkij, az SZTA levelező tagja; geofizikusként ismert A. N. Tyihonov és A. M. Obuhov, mindketten levelező tagok; N. N. Bogoljubov akadémikust pedig elméleti fizikusként tartják számon. Valamennyien matematikusként végezték el az egyetemét.

Rengeteg, gyakorlati alkalmazás szempontjából is fontos természettudományos és műszaki eredményt lehetne még ezeken felül is összekapcsolni egyes matematikusok nevével.

3. Gyakran eltúlozzák a matematika tanulásához és megértéséhez szükséges speciális adottságok fontosságát. A matematika különösen nehéz voltáról terjengő elképzelések általában az iskolai rossz és teljesen formalista matematikaoktatás szülöttei. Az átlagos emberi képességek bőségesen elegendőek arra, hogy megfelelő vezetés és jó könyvek segítségével nem csak hogy a középiskolai anyagot sajátítsuk el, de még példának okáért a differenciál- és integrálszámítás elemeibe is bedolgozzuk magunkat. Mégis, amikor a matematika a pályaválasztásnál szóba kerül, nagyon is érthetően merül fel a „matematikai rátermettség” ellenőrzésének igénye. Hiszen kétségtelenül más-más ember más-más gyorsasággal, könnyedséggel és sikerrel képes elsajátítani a matematikai szemléletmódot, megoldani a feladatokat, vagy pedig – valamivel magasabb fokon – új eredményeket megérteni és alkalmazni. Természetesen arra kell törekedni, hogy a sok sok millió fiatalból azok váljanak matematikussá, akik ezen a területen a lehető legeredményesebben tudnak majd dolgozni.

Ezért az iskolai matematikai szakkörök, matematikai versenyek és számos más, a matematikát népszerűsítő és az önálló matematikai tevékenység elterjesztését célzó intézkedés egyik legfontosabb célja a matematikában tehetséges fiatalok kiválogatása. Szükségtelen egyesekre túl korán ráragasztani a „matematikai csodagyerek” címkét, de igenis szükséges tanácsokkal vagy versenyeken díjakkal segíteni a tehetséges ifjú matematikusokat abban, hogy a matematikát válasszák életpályául.

Mit is jelent a matematikai tehetség? Mindenekelőtt hangsúlyozzuk, hogy itt a siker nagyon kis mértékben függ tények, adatok, képletek mechanikus megtanulásától. Természetesen a matematikában is, mint bárhol másutt, hasznos a jó emlékezőtehetség, de a nagy matematikusok többsége sohasem rendelkezett különösebben kiemelkedő memóriával.

Vagy például a sok jegyű számok összeadására és összeszorzására fejben képes számszonglőrök között egyáltalán nem találunk a szó valódi értelmében tehetséges matematikusokat.

Algebrai számításokban, vagyis bonyolult betűkifejezések átalakításában, egyenleteknek a szokásostól eltérő, eredeti módon történő megoldásában mutatott képességeknek már több közülük van a komoly matematikai kutatómunkában szükséges tehetséghez.

Elmondhatjuk, hogy az ilyenfajta számolási vagy „algoritmikus” készség rendkívüli fejlettsége jellemző egy bizonyos fajta matematikai tehetségre. Erre van szükség, ha felül akarunk emelkedni az iskolai algebra által felvetett nehezebb problémákon – gondolunk itt elsősorban az algebrai kifejezések tényezőkre való bontására.

A fenti képességek gyümölcsötvetésének másik alapvető területe az egyenletek megoldása. Másfelől a matematikusok mindig is igyekeznek az általuk tanulmányozott problémát, ha ez lehetséges, geometriailag szemléltetni. A középiskolában elég világosan látható a függvények grafikus ábrázolásának előnye. Így aztán senkit nem fog meglepni a geometriai képzelőerő, vagy másképpen mondva a „geometriai intuíció” nagy szerepe a matematikai kutatás mondhatni valamennyi ágában, ideértve a legabsztraktabbakat is.

Az iskolákban rendszerint nagy nehézségekkel jár a térbeli alakzatok szemléltetése. Például már ragyogó matematikusnak kell lenni ahhoz, hogy csukott szemmel, ábra nélkül, világosan el tudjuk képzelni magunknak egy kocka felületének azt a síkmetszetét, melynél a metsző sík merőleges a kocka egyik testátlójára és átmegy annak középpontján. Hasonlóan fontos a következetes és helyes logikai gondolkodásra való képesség.

A középiskolában ennek a készségnek a kifejlesztésére szolgál a geometria a maga definícióival, tételeivel és bizonyításával. A középiskolások számára a legnagyobb nehézséget gyakran mégis az algebrai tanulmányok végén sorra kerülő teljes indukció megértése okozza. Sokak ezt az elvet pusztán a „ha” és „akkor” szavak zűrzavara miatt képtelenek felfogni.

A matematikában elengedhetetlen logikai érettség jó próbaköve a teljes indukció megértése és alkalmazni tudása.

Még nehezebb megszerezni azt a készséget, hogy ismeretlen körülmények között is logikailag következetesen tudjunk

gondolkodni és ítélni. Az iskolai matematikai versenyeken a legváratlanabb nehézségeket az olyan példák támasztják, ahol az iskolai tananyagból semmiféle előzetes ismeretre nincs szükség, viszont elengedhetetlen a kérdés alapos megértése és a következetes gondolkodás. Már az alábbi tréfás feladat is nehézséget okoz sok tizedik osztályosnak:

Egy fenyőerdőben 800 000 fenyő van, egy fenyőn legfeljebb 500 000 tűlevel található. Bizonyítandó, hogy akkor lesz két fa, melyeknek pontosan ugyanannyi levelük van.

A matematikai tehetség összetevői mindenkinél más-más arányban vannak meg. Ha ezek közül csak egy is különösen fejlett, már ez is új és váratlan felfedezésekhez vezethet, ámbr a túlzott egyoldalúság természetesen veszélyes. Magától értetődően semmiféle tehetség nem elég, ha nem párosul megfelelő mennyiségű szorgalommal és rendszerességgel.

4. A mindenki számára kötelező iskolai oktatás alapvető célja, hogy valamennyi tanuló alaposan megtanulja a matematikát. A matematikai szakkörökön válik lehetővé, hogy a diákok különböző nehézségű feladatokon kipróbálhassák tudásukat, megismerjék, hogyan birkózik meg a tudomány a bonyolultabb feladatokkal, s hogyan alkalmazhatók az eredmények a természettudományokban. Az iskolák jó részében működnek ilyen szakkörök. Sok városban egyetemi erőkre épült iskolaközi szakkörök is vannak és egyetemi előadók a matematika egyes kérdéseiről vagy történetéről tartanak előadásokat középiskolás diákoknak.

5. A modern matematika fegyvertára elegendő, legalábbis elvben a legváltozatosabb feladatok megoldásához. Már az egyetem első évfolyamán a hallgatók megismerkednek tetszőleges fokú algebrai egyenlet gyökeinek tetszőleges pontosságú megközelítésével. A differenciálegyenletek elméletéből megtanulják, hogyan lehet általában megadni egy ilyen egyenlet ugyancsak közelítő, de megadott pontossággal közelítő megoldását.

Ugyanakkor, ha a gyakorlatban találkozunk ilyen feladattal, s ennek szemszerű megoldását keressük, nem elegendő egy pusztán elvi megoldásvázlat. Például, ha egy tűzérési lövedék röppályáját számítjuk ki, a pályát egymáshoz csatlakozó rövid szakaszokra osztjuk. Minden egyes pályadarabka meghatározásához néhány tucat számítási alpműveletet kell végezni. A teljes trajektória kiszámítása még egy táblázatokkal és kézi számológéppel rendelkező számítástechnikusnak is órákat, ha nem napokat vesz igénybe.

A hajóépítéshez vagy erőművek gátjainak tervezéséhez szükséges számításokat egy hagyományos számítóközpont hónapok, esetleg évek alatt tudja csak elvégezni. Ebben a helyzetben vált szükségessé a gépi számítástechnika tökéletesítése. Mindenekelőtt a kézi számológépek mellett gyorsan elterjedtek a „kis teljesítményű számítógépek”, melyek teljesen automatikusan tudják elvégezni a számítási alpműveleteket. Két nyolc jegyű számot ilyen gépek negyven másodpercnél rövidebb idő alatt szoroznak össze.

A kis teljesítményű számítógépek alkalmazása közben a kezelőnek le kell írnia az egyes műveletek eredményét, s ha azokat ismét fel akarja használni, újra be kell táplálnia a gépbe. Az utóbbi húsz évben mindenfelé felfejlődött az emberi beavatkozás nélkül is hosszú aritmetikai műveletsorok elvégzésére képes nagy teljesítményű számítógépek gyártása.

Az ilyen gépbe a programot lyukszalagon vagy lyukkártyán táplálják be, s a gép önállóan végzi el a szükséges műveleteket. Végül lyukszalagon, lyukkártyán, esetleg nyomtatásban közli a kezelővel a végeredményt.

Az első időkben az ilyen gépeken található elemek: kerekék, elektromágneses relék megegyeztek a kis számítógépek elemeivel. A numerikus technikában döntő fordulat kb. 20 évvel ezelőtt következett be, amikor kiderült, hogy a mechanikus szerkezetek egytől egyig helyettesíthetők elektromos egységekkel (diódákkal, triódákkal), illetőleg ezek kombinációival (triggerekkel). Ennek köszönhetően vált lehetővé másodpercnként több ezer szorzás elvégzése. A további fejlődés során aztán az elektródákat lényegesen kisebb méretű félvezetők váltották fel; a gépi „emlékezőtehetség” növekedését eredményezte a mágnesdobok felhasználása. Elvégezhetővé váltak olyan számítások, melyekhez mondjuk húszmillió műveletre van szükség, mint például a meteorológiai előrejelzés vagy pedig a lövedék röppályájának rövidebb idő alatti kiszámolása, és így tovább.

A nagy teljesítményű számítógépeket néha egy bizonyos előre meghatározott feladatra konstruálják (például időjárás-előrejelzésre), de gyakoribb az „univerzális” számítógép, mely a legkülönbözőbb jellegű feladatokkal is képes megbirkózni. Ez utóbbiak általában számítóközpontokban vannak elhelyezve és különböző, ilyen gépekkel nem rendelkező tudományos és műszaki intézetek rendelkezésére állnak. Gyakran használják fel a számítógépeket más műszerek vezérlésére is.

Ha nagyon gyors folyamatok vezérléséhez olyan adatokat felhasználó számításokra van szükség, mely adatokat csak a folyamat közben ismerünk meg, akkor gyors számítógépek nélkül lehetetlenné válna a vezérlés. A számítógépek ezen a területen egyre nagyobb szerepet kapnak.

A gépi vezérlőrendszerek sokban emlékeztetnek az élővilág fejlődése során kialakult vezérlési mechanizmusokhoz (idegrendszer, információ megőrzése, megszerzése és öröklődés útján való továbbadása úgy az állatok, mint a növények esetén). A vezérlőrendszerek felépítésének általános törvényszerűségeit tanulmányozza két fiatal tudományág: az információelmélet és a kibernetika. Ezek a tudományok nagy részükben matematikai jellegűek és fejlődésük során gyakran vetnek föl a tiszta matematikához tartozó kérdéseket.

Fordította: Lempert László