A Diákolimpiát 1974. július 6. és. 17. között rendezték meg Erfurtban 18 ország (Ausztria, Bulgária, Csehszlovákia, Egyesült Államok, Finnország, Franciaország, Hollandia, Jugoszlávia, Kuba, Lengyelország, Magyarország, Mongólia, Német Demokratikus Köztársaság, Nagy-Britannia, Románia, Svédország, Szovjetunió, Vietnami Demokratikus Köztársaság) részvételével, a záróünnepséget Berlinben tartották. Minden ország csapata 8–8 tagból állt, kivéve a kubai csapat, amelyik 7, és a Vietnami Demokratikus Köztársaság csapatát, amelyik csak 5 főnyi volt.

A két írásbeli dolgozatot július 8-án és 9-én írták. A dolgozatok 3–3 feladatot tartalmaztak, a megoldásukra fordított munkaidő 4–4 óra volt.

A feladatok szövege a következő:

1. Három játékos: A, B és C a következő játékot játssza: három kártya mindegyikére egy-egy egész szám van írva. Erre a három számra (p, q és r) fennáll, hogy 0<p<q<r.

A kártyákat összekeverik, majd szétosztják úgy, hogy minden játékos kapjon egyet. Ezután a játékosoknak annyi golyót adnak, amennyit kártyájuk mutat. Utána összeszedik a kártyákat, a kapott golyók azonban a játékosoknál maradnak.

Ezt a játékot (a kártyák összekeverése és szétosztása, a golyók odaadása, a kártyák összeszedése) legalább kétszer játsszák végig. Az utolsó játszma után A-nak 20, B-nek 10, míg C-nek 9 golyója van. Ezenkívül B azt is tudja, hogy utolsó alkalommal ő r darab golyót kapott.

Kinek jutott először q darab golyó?

2. Jelölje A, B, C rendre egy háromszög csúcsait; α, β és γ pedig ugyanilyen sorrendben a csúcsoknál levő szögeinek mérőszámát.

Bizonyítsuk be, hogy akkor és csak akkor található az AB szakaszon olyan D pont, amelyre a CD szakasz hossza az AD és BD szakaszok hosszának mértani közepe, ha

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta\leq\sin^2\frac{\gamma}{2}.$$

3. Bizonyítsuk be, hogy

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{2n+1}{2k+1}\cdot 2^{3k}$$

n semmilyen természetes egész értéke esetén sem osztható 5-tel!

4. Egy 8×8 mezőből álló sakktáblát úgy vágunk szét p darab téglalapra, hogy egyetlen mezőt sem vágunk ketté. Mindegyik ilyen szétvágásnak ki kell elégítenie a következő feltételeket:

(1) Minden egyes téglalapnak ugyanannyi fehér mezőt kell tartalmaznia, mint feketét.

(2) Ha a_i jelöli az i-edik téglalapban levő fehér mezők számlát, akkor fenn kell állania az $a_1<a_2<\ldots<a_p$ egyenlőtlenségsorozatnak.

Keressük meg p-nek azt a legnagyobb értékét, amelyre létezik ilyen szétvágás. Továbbá állítsuk elő p-nek ehhez az értékéhez tartozó valamennyi a_1, a_2, …, a_p sorozatot.

5. Állapítsuk meg az

$$S=\frac{a}{a+b+d}+\frac{b}{a+b+c}+\frac{c}{b+c+d}+\frac{d}{a+c+d}$$

összeg értékkészletét, ahol a, b, c és d tetszés szerinti pozitív számokat jelölnek.

6. Legyen $P(x)$ egész együtthatós, nem állandó értékű polinom.

Bizonyítsuk be, hogy ha $n(P)$ azoknak a különböző k egész számoknak a számát jelenti, amelyekre $\left[P(k)\right]^2=1$, akkor

$$n(P)-\deg(P)\leq 2,$$

ahol $\deg(P)$ jelöli a $P(x)$ polinom fokszámát.

Az egy-egy feladatra adható maximális pontszám 5, 6, 8, 6, 7, 8.

A teljes feladatsor megoldásáért 40 pont járt. I. díjat 40–38 pontig, II. díjat 37–30 pontig, III. díjat 29–23 pontig adtak. Összesen 10 első, 24 második, 37 harmadik és 3 külön oklevelet adott ki a bizottság.

A magyar verseryzők eredménye:

I. díjat kapott *Kollár János* (Budapest, Piarista Gimn. IV. o. t.) II. díjat kapott: *Kiss Emil* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. IV. o. t.) *Sparing László* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o, t.) *Kertész Gábor* (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.); III. díjat kapott: *Simányi Nándor* (Budapest, József A. Gimn., IV. o. t.), *Prőhle Péter* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. IV. o. t.), *Csuka Gábor* (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV. o. t.).

Egy feladat különösen szép megoldásért külön oklevelet kapott *Simányi Nándor.*

Az induló országok részletes eredménye helyezés szerint:

Ország	I. díj	II. díj	III. díj	Helyezést elértek száma
Ausztria	1	1	4	6
Bulgária	–	1	4	5
Csehszlovákia	–	–	2	2
Egyesült Államok	–	5	3	8
Finnország	–	–	1	1
Franciaország	1	1	3	5
Hollandia	–	–	1	1
Jugoszlávia	2	1	2	5
Kuba	–	–	–	–
Lengyelország	–	–	2	2
Magyarország	1	3	3	7
Mongólia	–	–	–	–
NDK	–	5	2	7
Nagy-Britannia	–	1	3	4
Románia	1	1	3	5
Svédország	1	1	–	2
Szovjetunió	2	3	2	7
Vietnam	1	1	2	4
Összesen	10	24	37	71

A nem hivatalos csapatverseny eredménye:

1. Szovjetunió 256 pont, 2. Egyesült Államok 243 pont, 3. Magyarország 237 pont, 4. Német Demokratikus Köztársaság 236 pont, 5. Jugoszlávia 216 pont.

A következő olimpia megrendezését két ország is szeretné vállalni (Mongólia és Bulgária), döntés még nem történt.