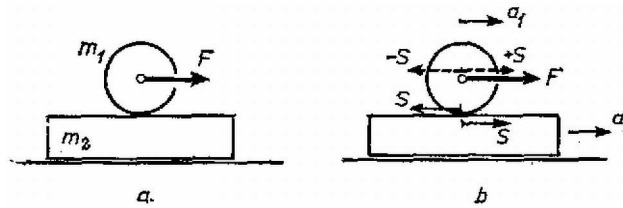


## Az I. forduló feladatai

1. Az  $m_1 = 30$  kg tömegű,  $r = 8$  cm sugarú henger  $m_2 = 60$  kg tömegű deszkán fekszik (1. ábra a rajza). A deszka és a talaj között a súrlódás elhanyagolható, a henger és a deszka között a súrlódási együttható  $\mu = 0,1$ . A hengert 2 másodpercig húzzuk vízszintes irányú,  $F = 4,5$  kp állandó erővel. Mennyi munkát végeztünk? (A csúszási és tapadási súrlódás együtthatóját vegyük egyenlőnek.)



1. ábra

**Megoldás.** A talajhoz képest a henger középpontjának lineáris gyorsulása  $a_1$ , a deszkáé  $a_2$  (1. ábra b rajza). Az  $S$  súrlódási erő a hengert hátra, a deszkát előre húzza. Newton II. törvénye szerint a deszkára nézve:  $S = a_2 m_2$ . A henger középpontjában hozzáveszünk  $\pm S$  erőket. Közülük  $-S$  a húzóerő ellen dolgozik, a henger középpontját  $F - S$  erő gyorsítja, és a henger középpontjára nézve Newton II. törvénye:  $F - S = a_1 m_1$ . A  $\pm S$ -ből és  $S$ -ből álló erőpár  $Sr$  forgatónyomatéka a  $\Theta$  tehetetlenségi nyomatékú hengert  $\beta = (a_1 - a_2)/r$  szöggyorsulással forgatja, a forgó mozgás alaptörvénye szerint:

$$\frac{a_1 - a_2}{r} = \frac{Sr}{\Theta}.$$

Három egyenletből álló egyenletrendszerünket megoldjuk  $a_1$ ,  $a_2$  és  $S$ -re. A megoldás:

$$a_1 = \frac{F}{m_1} \cdot \frac{m_1 + m_2 m_1 r^2 / \Theta}{m_1 + m_2 (1 + m_1 r^2 / \Theta)},$$

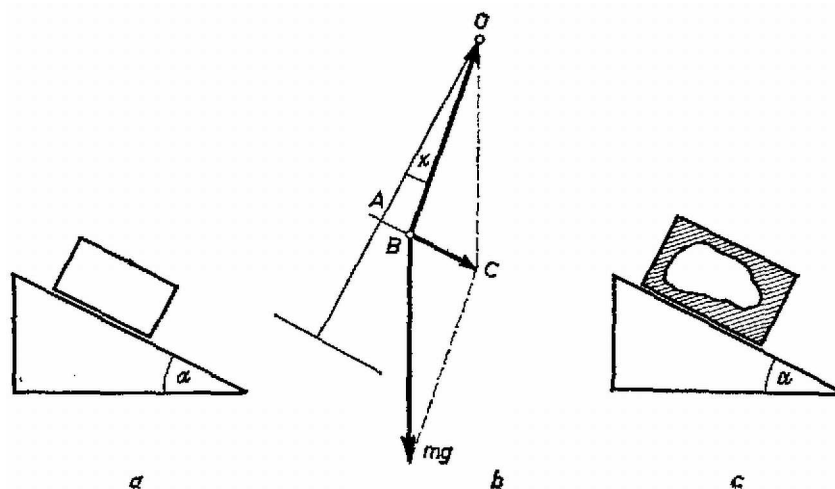
$$a_2 = \frac{F}{m_1 + m_2 (1 + m_1 r^2 / \Theta)},$$

$$S = F \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2 (1 + m_1 r^2 / \Theta)},$$

A mi esetünkben  $m_1 r^2 / \Theta = 2$ ,  $F = 4,5$  kp = 44,1 newton,  $a_1 = 1,05$  m/s<sup>2</sup>,  $a_2 = 0,21$  m/s<sup>2</sup>,  $S = 12,6$  newton. Az út 2 másodperc alatt  $s = a_1 t^2 / 2 = 2,1$  méter, a munkavégzés  $W = Fs = 92,61$  joule = 0,45 mkp. A lehetséges maximális súrlódási erő  $\mu m_1 g = 29,4$  newton, ez nagyobb, mint  $S$ , tehát tiszta gördülés van.

2. Elég hosszú lejtőn nagy, zárt doboz csúszik le. Hogyan – milyen kísérletekkel, illetve mérésekkel – állapíthatja meg a doboz belsejében levő észlelő a lejtő  $\alpha$  hajlásszögét és a csúszási súrlódási együtthatót? (2. ábra a rajza.)

(Párkányi László)



2. ábra

**Megoldás.** Egy függőönt akasztunk a mennyezetre és megmérjük a padló merőlegesével alkotott  $x$  szöget (2. ábra b rajza). A függőön tömegére ható  $mg$  súlyerő és  $F$  fonálerő eredőjének kell létrehoznia az  $mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$  gyorsító erőt ( $BC$ ).

$$\operatorname{tg} x = AB/AO = (AC - BC)/AO = \frac{mg \sin \alpha - mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{mg \cos \alpha} = \mu.$$

Tehát  $x$  a súrlódási határszög, és ezzel ismerjük a súrlódási együtthatót:  $\mu = \operatorname{tg} x$ . Az  $\alpha$  meghatározására több módszer van, például az inga lengésidejéből vagy  $F$  fonálerőt lemérve:

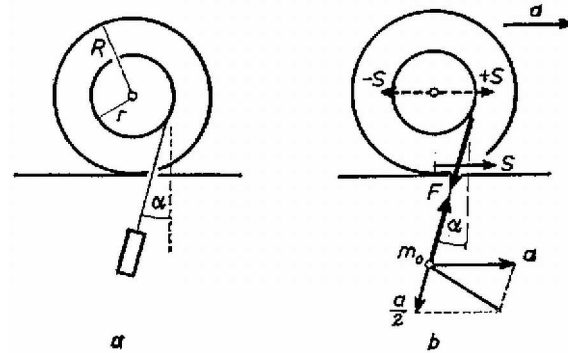
$$F^2 = (mg \cos \alpha)^2 + (\mu mg \cos \alpha)^2.$$

Innen  $\cos \alpha = F \cos x / mg$ .

Mindez azonban csak akkor végezhető el, ha ismerjük  $g$  számértékét, és biztosra vesszük, hogy a doboz padlója párhuzamos a lejtő hosszával. Ha ez nincs így (2. ábra c rajza), akkor a keresett mennyiségeket nem tudjuk meghatározni.

**3.** Az  $R = 1$  m sugarú,  $m = 20$  kg tömegű korong vízszintes pályán, egyenesben gurulhat (3. ábra a rajza). A ráerősített  $r = 0,5$  m sugarú dobról lecsavarodó fonálon  $m_0 = 40$  kg tömegű test lóg. Mekkora gyorsulással halad a korong középpontja, amikor a fonál már véglegesen felvett egy állandó  $\alpha$ -szögű helyzetet?

(Wiedemann László)



3. ábra

**Megoldás.** A fonálban  $F$  erő működik, ezzel az erővel forgatja az  $m_0$  tömeg a hengert, és  $F$  erő húzza ferdén felfelé az  $m_0$  tömeget (3. ábra b rajza). A henger középpontja  $a$  gyorsulással mozog jobbfelé.  $m_0$  tömeg gyorsulásának vízszintes összetevője is  $a$ , ezenkívül a fonál irányában  $a/2$  gyorsulással ereszkedik lefelé ( $m_0$  eredő gyorsulása  $a$ -ból és  $a/2$ -ből tevődik össze). A henger alján  $S$  súrlódási erő működik és középpontjában felveszünk  $\pm S$  erőket. A henger középpontját  $F \sin \alpha$  erő visszahúzza.

A henger középpontjának haladó mozgására felírt Newton II. törvény:

$$S - F \sin \alpha = ma.$$

A hengert  $Fr - SR$  forgatónyomaték  $\beta = a/R$  szöggyorsulással forgatja, a forgás alaptörvénye szerint:

$$\frac{a}{R} = \frac{Fr - SR}{\Theta}.$$

A lelógó  $m_0$  tömeg haladó mozgására felírt Newton II. törvény a vízszintes összetevőt tekintve:

$$F \sin \alpha = m_0 a - m_0 \cdot \frac{a}{2} \cdot \sin \alpha,$$

a függőleges összetevőt tekintve:

$$m_0 g - F \cos \alpha = m_0 \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos \alpha.$$

Ezt a négy egyenletből álló egyenletrendszert kell megoldanunk  $a$ ,  $\alpha$ ,  $F$  és  $S$ -re. Mivel a számítás elég bonyodalmas, érdemes az adatokban rejlő egyszerűsítési lehetőségeket felhasználni. A mi esetünkben  $m_0 = 2m$ ,  $R = 2r$ ,  $\Theta = 0,5mR^2$ . Ezeket felhasználva az egyenletrendszer:

$$\begin{aligned} S - F \sin \alpha &= ma, \\ F - 2S &= ma, \\ F \sin \alpha &= 2ma - ma \sin \alpha, \\ 2mg - F \cos \alpha &= ma \cos \alpha. \end{aligned}$$

Ebből  $\alpha$ -ra ezt az egyenletet kapjuk:

$$\sin^2 \alpha - 4 \sin \alpha + 1 = 0.$$

Innen  $\sin \alpha = 2 - \sqrt{3} = 0,268$ ,  $\alpha = 15,55^\circ$ .

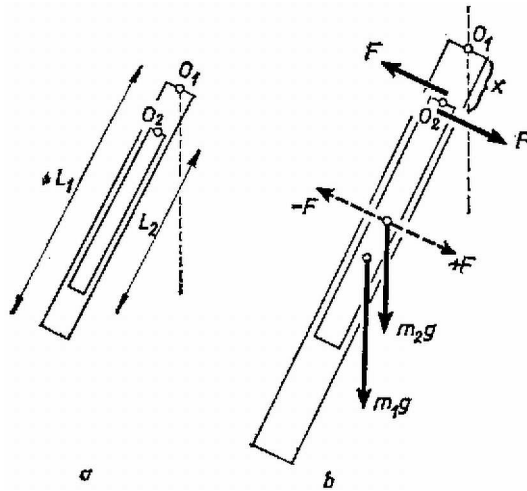
Azután következnek a többi ismeretlen:

$$\begin{aligned}
 a &= g \operatorname{tg} \alpha = 0,2783g = 2,727 \text{ m/s}^2, \\
 F &= mg(2 \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha) = \\
 &= 352 \text{ newton} = 35,97 \text{ kp}, \\
 S &= mg \operatorname{tg} \alpha(3 - \sin \alpha) = \\
 &= 149 \text{ newton} = 15,19 \text{ kp}.
 \end{aligned}$$

## A II. forduló feladatai:

1. A 4. ábra a rajzán látható elrendezésben kettős ingát készítünk. Az  $O_1$  pont körül lengő,  $L_1 = 60$  cm hosszú,  $m_1 = 0,2$  kg tömegű lécre  $O_2$ -ben van csapágyazva az  $L_2 = 40$  cm hosszú,  $m_2 = 0,1$  kg tömegű lécs. Mekkora az  $O_1O_2$  távolság, ha a két inga úgy leng együtt, hogy a lécek hossz tengelyei fedésben maradnak?

(Bodó Zalán)



4. ábra

**Megoldás.** Egy fizikai inga mozgását a súlypont (körív menti), érintőleges haladó mozgásának és a súlypont körüli forgás eredőjének lehet tekinteni. Mindegyikkel külön foglalkozunk.  $O_2$  pontban az ingák kölcsönösen erőt fejtenek ki egymásra, most csak az erők lécre merőleges összetevőjével foglalkozunk. A kis inga a nagy ingát  $F$  erővel emeli, a nagy inga a kicsi csapágyát  $F$  erővel lehúzza. A kis inga súlypontjában felvesszük  $\pm F$  erőket. Az ingák együttlengése azt jelenti, hogy szöggyorsulásuk minden helyzetben egyenlő.

A kis inga, súlypontjának haladó gyorsulását mint a szöggyorsulás és rádiusz szorzatát felírva, használjuk fel Newton II. törvényét (4. ábra b rajza):

$$m_2 g \sin \alpha + F = \beta \left( \frac{L_2}{2} + x \right) m_2.$$

A kis ingára felírjuk a forgómozgás alaptörvényét (a tehetetlenségi nyomatékot a súlypontra nézve kell felírni):

$$\beta \cdot \frac{L_2^2}{12} \cdot m_2 = -F \cdot \frac{L_2}{2}.$$

A nagy ingánál a forgómozgás alaptörvényét  $O_1$ -re vonatkoztatva írjuk fel:

$$\beta \cdot \frac{L_1^2 m_1}{3} = \frac{L_1}{2} \cdot m_1 g \sin \alpha - Fx.$$

Három egyenletünk van négy ismeretlenre ( $F$ ,  $x$ ,  $\beta$  és  $\sin \alpha$ ). Mivel  $\beta$  és  $\sin \alpha$  egyenesen arányosak, az egyenlet-rendszert meg tudjuk oldani  $x$ -re:

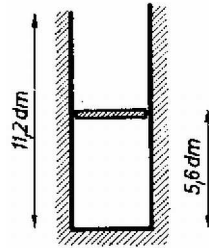
$$x = \frac{2L_1 m_1 (L_1 - L_2)}{3L_1 m_1 + L_2 m_2} = 2L_1 \cdot \frac{L_1/L_2 - 1}{3L_1/L_2 + m_2/m_1}.$$

Számadatainkkal  $L_1/L_2 = 3/2$ ,  $m_2/m_1 = 1/2$ ,  $x = L_1/5 = 12$  cm.

2. Az 1 dm<sup>2</sup> alapterületű, 11,2 dm magasságú hengerben 8 kg tömegű, dugattyút tartunk 5,6 dm magasságban (5. ábra). A henger fala hőszigetelő. A hengerben 1 mól 273 °C hőmérsékletű hélium van. A dugattyút elengedjük. Milyen

magasra repül fel? A hélium fajhője állandó térfogaton  $C_v = 3$  cal/mólfok, állandó nyomáson  $C_p = 5$  cal/mólfok. Kívül 1 atmoszféra nyomású levegő van. A sűrűdástől eltekintünk.

(Vermes Miklós)



5. ábra

**Megoldás.** A gáz adiabatikusan terjed ki, az erre érvényes összefüggés:  $TV^{\kappa-1} = \text{konstans}$ . Az adatokból látszik, hogy  $\kappa = 5/3$ . Amíg a dugattyú a hengerben van, a változás adiabatikus, törvényünk szerint:

$$546 \cdot 5,6^{2/3} = T(2 \cdot 5,6)^{2/3}.$$

Innen a gáz hőmérséklete abban a pillanatban, amikor a dugattyú a henger tetejére érkezett:  $T = 344$  K. A gáz energiájának csökkenése:

$$C_v(546 - 344) = C_v \cdot 202 = 606 \text{ cal} \approx 2536 \text{ joule}.$$

Ebből lesz a munkavégzés a külső levegő nyomása ellen, amíg a dugattyú a henger tetejére ér:

$$10,12 \frac{\text{newton}}{\text{cm}^2} \cdot 100 \text{ cm}^2 \cdot 0,56 \text{ m} = 567 \text{ joule},$$

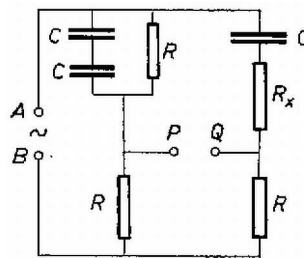
továbbá a 8 kg emelési munkája kezdeti helyzete fölé  $x$  méter magasságra:  $8 \cdot 9,8 \cdot x$ . Az energiatörvény szerint:

$$2536 = 567 + 8 \cdot 9,8 \cdot x,$$

innen  $x = 25,1$  méter a henger közepétől számítva.

**3.** A 6. ábra szerinti kapcsolási rajzunkban  $C = 2\mu\text{F}$ -os kondenzátort,  $R = 1$  kilohmos ellenállást jelent,  $R_x$  ismeretlen ellenállás. Az AB pontokra váltófeszültséget kapcsolunk. Mi a feltétele annak, hogy a PQ pontokra kapcsolt érzékeny fejhallgató ne jelezzen feszültséget?

(Bodó Zalán)



6. ábra

**Megoldás.** A két ágban a felső részek ellenállásainak és fáziskülönbségeinek meg kell egyeznie. Baloldalt a fáziseltérés  $\text{tg } \varphi = R\omega C/2$ , a jobboldalt  $\text{tg } \varphi = \frac{1/\omega C}{R_x}$ , ezeket egyenlővé téve:  $\frac{R\omega C}{2} = \frac{1}{\omega C R_x}$ . Innen  $\omega = \frac{1}{C} \cdot \sqrt{\frac{2}{R R_x}}$ . Az ellenállásokat egyenlővé téve:

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega C}{2}\right)^2 + \frac{1}{R^2}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 + R_x^2}.$$

Tulajdonképpen egyenletrendszert kaptunk  $\omega$ -ra és  $R_x$ -re. A második egyenletet rendezve és  $\omega$ -ra felhasználva előbbi eredményünket, nyerjük:

$$4R_x^2 + 4R R_x - 3R^2 = 0,$$

innen  $R_x = R/2 = 0,5$  kilohm, továbbá  $\omega = 2/CR = 1000 \text{ s}^{-1}$ , illetőleg  $n = 159 \text{ s}^{-1}$ .

### III. (kísérleti) forduló.

A II. forduló dolgozatai alapján 15 versenyző kísérletező versenyen vett részt Budapesten az ELTE természettudományi karának Kísérleti Fizikai Intézetében. Fizikai fénytani feladattal foglalkoztak: rés, optikai rács és kettős prizma interferenciajelenségeit kellett tanulmányozniuk.

#### **Az 1973. évi fizikai tanulmányi verseny eredménye:**

**I. díj:** *Tegze Miklós* (Budapest, Kölcsey F. Gimn. IV. o. t., tanára: Tóth László).

**II. díj:** *Vladár Károly* (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn. III. o. t., tanára: Péter Irén).

**III. díj:** *Pálfalvi György* (Győr, Révai M. Gimn. III. o. t., tanára: Székely László).

A további helyezettek: 4. *Kovács Balázs* (Budapest, Apáczai Csere Gimn. IV. o. t., Holics László), 5. *Bóc István* (Budapest, Apáczai Csere Gimn. IV. o. t., Holics László), 6. *Bari Ferenc* (Csongrád, Batsányi Gimn. IV. o. t., Szucsán András), 7. *Próhle Péter* (Budapest, Fazekas Gimn. III. o. t., Szűcs Barna), 8. *Hanyecz Pál* (Szentés, Erősáramú Szakközépiskola IV. o. t., Győri Antal), 9. *Koltai Ferenc* (Budapest, I. István Gimn. IV. o. t., Moór Agnes), 10. *Mester János* (Csongrád, Batsányi gimn. IV. o. t., Szucsán András).