I. megoldás. Gondoljuk, hogy lemezünk vastagsága 1 mm, hogy ilyenből már vágtunk ki sok 5 cm átmérőjű körlemezt és most az a feladatunk, hogy ezekből minél többet rakjunk bele egy $100 \times 9 \times 0{,}1$ cm méretű (mondjuk, átlátszó anyagból készült) dobozba, ennek $9 \times 0{,}1$ cm méretű oldalnyílásán át. Ez nyilvánvalóan ekvivalens feladat az eredetivel. – Állítsuk a dobozt függőlegesen úgy, hogy a nyílás legyen a fedőlap, így kézenfekvő ezt mondani: a nehézségi erő biztosítja, hogy az egymás után becsúsztatott lemezek a lehető legmélyebben és együttvéve legsűrűbben helyezkedjenek el.

Az elsőnek betett K_1 lemez O_1 középpontja 2,5 cm magasan lesz az alap fölött. A következő K_2 lemez O_2 középpontja K_1 miatt valahol az O_1 körüli 5 cm sugarú körön lesz, de O_1-nél magasabban – mert 2 lemez nem fér el úgy, hogy középpontjuk egyenlő magasan legyen –, és akkor jut legmélyebbre O_2, ha K_2 a K_1-et nekitolja valamelyik oldalfalnak (I), maga pedig a másik oldalfalhoz (II) támaszkodik. Ekkor az O_1O_2 centrális vízszintes vetülete $9 - 2 \cdot 2{,}5 = 4$ cm, O_1 és O_2 magasságkülönbsége Pitagorasz tétele alapján 3 cm, tehát K_1 legmagasabb pontja 5 cm, K_2-é 8 cm magasságban van az alap fölött.

Könnyű belátni, hogy bármelyik K_i lemez O_i középpontja a hozzá közelebbi oldalfaltól legalább 2,5 cm távolságra van, és így az O_i középpontok annak a síksávnak a belsejében vagy a határán vannak, melyet a doboz középmetszet–téglalapjában a hosszú oldalaktól 2,5 cm távolságban húzott párhuzamosok határolnak; távolságuk a már mondott 4 cm.

Beejtve K_3-at, ez nem érintheti K_1-et, mert ehhez K_2-t is érintenie kellene, márpedig az $O_1O_2O_3$ szabályos háromszög legkisebb szélessége (annak a párhuzamos egyenespárnak a távolsága, melyek közé a háromszög beilleszthető) $2{,}5\sqrt{3} = 4{,}33$ cm > 4 cm. Így K_3 legmélyebb helyzetét K_2 és az I. oldalfal ugyanúgy határozza meg, mint K_2-ét K_1 és a II. oldalfal.

Tovább haladva, n lemez bedobása és legmélyebb elhelyezkedése után a lemezrendszer legmagasabb pontja $5 + (n - 1) \cdot 3 = 3n + 2$ cm magasan lesz az alap fölött. n csak addig növelhető, míg ez nem lépi túl a 100-at: $3n + 2 \le 100$, és innen a legnagyobb értéke 32. Látható, hogy ez meg is valósítható.

Megjegyzés. A fenti megoldás szemléletes, gyakorlati meggondolásra fordította át a „legföljebb hány db” kérdését. A következő szép megoldás kizárólag matematikai eszközöket használ, tanulságos benne az egyenlőtlenségek kezelése.

II. megoldás. a) Legyen S egy tetszőleges szabásterv, azaz legyen S az adott téglalapon elhelyezett, egymásba nem nyúló körök halmaza, és legyen S_0 az S-beli körök középpontjainak a halmaza. Helyezzük lemezünket egy koordináta–rendszerbe úgy, hogy egyik csúcsa az origóba kerüljön, az ebből kiinduló oldalak a koordináta–tengelyek pozitív irányú félegyeneseire kerüljenek, a 100 cm-es oldal az x tengelyre. Az S_0-beli középpontok $(x,\, y)$ koordinátáira

$$2{,}5 \le x \le 97{,}5, \tag{1}$$

$$2{,}5 \le y \le 6{,}5 \tag{2}$$

teljesül, hiszen az S-beli körök a téglalapban vannak; továbbá két tetszőleges S_0-beli $(x',\, y')$, $(x'',\, y'')$ középpontra

$$(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 \ge 25 \tag{3}$$

teljesül, hiszen as S-beli körök nem nyúlnak egymásba.

Két tetszőleges S_0-beli pont ordinátájának a különbsége (2) alapján legfeljebb $6{,}5 - 2{,}5 = 4$, azaz

$$|y' - y''| \le 4. \tag{4}$$

Ebből és (3)-ból következik, hogy

$$(x' - x'')^2 \ge 25 - 16 = 9,$$

$$|x' - x''| \ge 3, \tag{5}$$

azaz két tetszőleges, S_0-beli pont abszcisszájának a különbsége legalább 3. Eszerint az S_0-beli pontok abszcisszái különbözőek, és ha nagyság szerint rendezve őket x_i az i-edik abszcissza, akkor

$$x_{i+1} - x_i \ge 3, \quad (i = 1,\, 2,\, \ldots,\, n - 1) \tag{6}$$

ahol n az S-beli körök száma. Összeadva az $i = 1, 2, \ldots, n-1$ indexekhez tartozó (6) alakú egyenlőtlenségeket, kapjuk:

$$x_n - x_1 = (x_n - x_{n-1}) + (x_{n-1} - x_{n-2}) + \ldots + (x_2 - x_1) \ge 3(n - 1).$$

Viszont (1) szerint $x_n - x_1 \le 95$, tehát

$$3(n - 1) \le 95,$$

azaz $n \le 32$. Eszerint a lemezből legfeljebb 32 körlapot vághatunk ki.

b) Megmutatjuk, hogy ennyit ki is tudunk vágni. Legyen ugyanis

$$x_i = 2{,}5 + 3(i-1),$$
$$y_i = \begin{cases} 2{,}5 & \text{ha } i \text{ páratlan} \\ 6{,}5 & \text{ha } i \text{ páros,} \end{cases}$$

$(i = 1, 2, \ldots, 32)$, akkor ezekre az (x_i, y_i) pontokra teljesül (1), (2) és (3), tehát az (x_i, y_i) középpontú köröket ki lehet vágni a téglalapból.