A Diákolimpiát 1973. július 9. és 15. között rendezték meg Moszkvában 16 ország (Anglia, Ausztria, Bulgária, Csehszlovákia, Finnország, Franciaország, Hollandia, Jugoszlávia, Kuba, Lengyelország, Magyarország, Mongólia, a Német Demokratikus Köztársaság, Románia, Svédország, Szovjetunió) 125 versenyzőjének részvételével. Minden ország csapata $8-8$ tagból állt, kivéve Kubáét, amelyik csak 5 főből.

A két írásbeli dolgozatot július 9-én és 10-én írták. A dolgozatok $3-3$ feladatot tartalmaztak, megoldásukra fordított idő mindkét nap $4-4$ óra volt.

A feladatok a következők voltak:

1. O az l egyenes valamely pontja; $\overrightarrow{OP_1}$, $\overrightarrow{OP_2}, \ldots, \overrightarrow{OP_n}$ olyan egységvektorok, amelyeknek P_i végpontjai mind ugyanabban – az l egyenest tartalmazó – síkban helyezkednek el, mégpedig valamennyien l-nek ugyanazon a partján. Bizonyítsuk be, hogy ha n páratlan, akkor

$$|\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+\ldots+\overrightarrow{OP_n}| \geqq 1,$$

ahol $|\overrightarrow{OM}|$ jelöli az $\overrightarrow{OM}$ vektor hosszát.

2. Állapítsuk meg, vajon van-e a háromdimenziós térben olyan M ponthalmaz, amely véges számú, nem ugyanabba a síkba eső pontot tartalmaz és a következő tulajdonságú:

A halmaz bármely két (különböző) A és B pontjához mindig található a halmaznak olyan két pontja: C és D, hogy az AB és CD egyenesek párhuzamosak és különbözőek.

3. Állapítsuk meg a^2+b^2 lehető legkisebb értékét, ha a és b olyan valós számokat jelentenek, amelyekre az

$$x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0$$

egyenletnek van (legalább egy) valós gyöke.

4. Egy katonának meg kell győződnie arról, hogy valamely egyenlő oldalú háromszög alakú terep – határvonalát is beleértve – aknamentes-e. Észlelő berendezésének hatósugara egyenlő a háromszög magasságának felével. A katona a háromszög egyik csúcspontjából indul el.

Milyen utat kell választania, ha a terepet a legrövidebb úton haladva akarja átvizsgálni?

5. Az x valós változó $f(x) \equiv ax+b$ alakú, nem állandó f függvényeiből álló (ahol a és b valós állandókat jelentenek) valamely nem üres G halmaz a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

a) Ha f, $g \in G$, akkor $g \cdot f \in G$, ahol $(g \cdot f)(x) = g(f(x))$.

b) Ha $f \in G$, akkor az inverz függvény: $f^{-1} \in G$, ahol az $f(x) \equiv ax+b$ függvény inverze: $f^{-1}(x) \equiv \dfrac{x-b}{a}$.

c) Minden egyes f-hez, amelyre $f \in G$, létezik olyan valós x_f, hogy teljesül az

$$f(x_f) = x_f$$

egyenlőség.

Bizonyítsuk be, hogy akkor van olyan k szám, amelyre

$$f(k) = k$$

a G halmaz minden f függvénye esetén.

6. $a_1, a_2, \ldots, a_n$ legyenek adott pozitív számok, q pedig a $0<q<1$ kettős egyenlőtlenségnek eleget tevő, adott valós szám. Adjunk meg n olyan valós számot: b_1-et, b_2-t, …, b_n-et, amelyek egyidejűleg kielégítik a következő feltételeket:

a) $a_k < b_k \quad (k=1,2,\ldots,n)$;

b) $q < \dfrac{b_{k+1}}{b_k} < \dfrac{1}{q} \quad (k=1,2,\ldots,n-1)$;

c) $b_1+b_2+\ldots+b_n < \dfrac{1+q}{1-q}\,(a_1+a_2+\ldots+a_n)$.

Az egy-egy feladat megoldására adható maximális pontszámok rendre: 6, 6, 8, 6, 6, 8.

Egyéni pontversenyben $40-34$ pontig I. díjat, $33-27$ pontig II. díjat, $26-17$ pontig III. díjat adtak ki. Összesen 5 első, 15 második és 48 harmadik díj került kiadásra.

A magyar versenyzők eredménye :

I. díjat kapott: *Kollár János* (Budapest, Piarista Gimn., III. o. t.) 38 pont; II. díjat kapott: *Pálfy Péter Pál* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.) 30 pont, *Kiss Emil* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.) 29 pont; III. díjat kapott: *Ablonczy Péter* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.) 26 pont, *Prőhle Péter* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. III,. o. t.) 26 pont, *Simányi Nándor* (Budapest, József A. Gimn., III o. t.) 26 pont, *Sparing László* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., II. o. t.) 23 pont, *Veres Sándor* (Debrecen, Fazekas M. Gimn., III. o. t.) 17 pont.

A nem hivatalos csapatverseny eredményei:

1. Szovjetunió 254 pont; 2. Magyarország 215 pont; 3. NDK 188 pont; 4. Lengyelország 174 pont; 5. Anglia 164 pont; 6. Franciaország 153 pont; 7. Csehszlovákia 149 pont, 8. Ausztria 144 pont; 9. Románia 141 pont; 10. Jugoszlávia 137 pont; 11. Svédország 99 pont; 12–13. Hollandia, Bulgária : 96–96 pont; 14. Finnország 86 pont; 15. Mongólia 65 pont; 16. Kuba 42 pont.

Az 1974. évi Nemzetközi Matematikai Diákolimpia Erfurtban (NDK) lesz.