Jelöljük a kúpok magasságait m_i-vel, alkotóit a_i-vel ($i = 1,\ 2$) közös felszínüket F-fel, közös térfogatukat V-vel. A felszín és térfogat ismert kiszámítási módja, valamint Pitagorasz tétele szerint

$$F = \pi r_i(r_i + a_i), \qquad (i = 1,\ 2) \tag{1}$$

$$V = \frac{\pi}{3} r_i^2 m_i, \qquad (i = 1,\ 2) \tag{2}$$

$$a_i^2 = r_i^2 + m_i^2. \qquad (i = 1,\ 2) \tag{3}$$

Mivel (1) és (2) bal oldalainak az értéke $i = 1$ és $i = 2$ mellett ugyanaz, belőlük az a_1, a_2 ismeretlenekre (3) felhasználásával a

$$r_1(r_1 + a_1) = r_2(r_2 + a_2) \tag{4}$$

$$r_1^4(a_1^2 - r_1^2) = r_2^4(a_2^2 - r_2^2) \tag{5}$$

egyenletrendszert kapjuk. Osszuk el (5)-öt (4)-gyel:

$$r_1^3(a_1 - r_1) = r_2^3(a_2 - r_2), \tag{6}$$

majd szorozzuk meg (4)-et r_1^2-tel, és vonjuk ki a kapott egyenletből (6)-ot:

$$2r_1^4 = a_2 r_2(r_1^2 - r_2^2) + r_2^2(r_1^2 + r_2^2).$$

Ebből rendezve, szorzattá alakítva, és $(r_1^2 - r_2^2)$-tel osztva kapjuk, hogy

$$a_2 r_2 = 2r_1^2 + r_2^2. \tag{7}$$

Így (1)–(3) alapján

$$F = \pi(r_2^2 + a_2 r_2) = 2\pi(r_1^2 + r_2^2),$$
$$V^2 = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 r_2^2(a_2^2 r_2^2 - r_2^4) = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 r_1^2 r_2^2(r_1^2 + r_2^2),$$
$$V = \frac{2\pi}{3} r_1 r_2 \sqrt{r_1^2 + r_2^2}.$$

Ha például az első kúpot a tengelyen átmenő síkkal metsszük, a kapott egyenlő szárú háromszögben a kúpba írt gömbből kimetszett kör érintő (beírt) kör lesz, így a gömb ϱ_1 sugara egyenlő a háromszög területének és félkerületének a hányadosával:

$$\varrho_1 = \frac{r_1 m_1}{r_1 + a_1} = 3\frac{\frac{\pi}{3} r_1^2 m_1}{\pi r_1(r_1 + a_1)} = \frac{3V}{F} = \frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}.$$

A közben kapott $\varrho_1 = \dfrac{3V}{F}$ összefüggésből látszik, hogy ugyanekkora a második kúpba írt gömb sugara is.

Megjegyzések. 1. Megoldásunkban osztottunk $r_1(r_1 + a_1)$-gyel, és $(r_1^2 - r_2^2)$-tel: esetünkben mind a két mennyiségről tudjuk, hogy 0-tól különböző az értéke.

2. A kapott (7) összefüggés alapján már könnyen kiszámíthatóak a kúpok hátralevő méretei:

$$a_i = 2\frac{r_1^2 + r_2^2}{r_i} - r_i, \qquad m_i = \frac{2r_1 r_2\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}{r_i^2} \qquad (i = 1,\ 2)$$

Ezekből látszik, hogy tetszőleges $r_1 \neq r_2$ pozitív számokhoz található a feladat feltételeinek megfelelő kúp–pár.