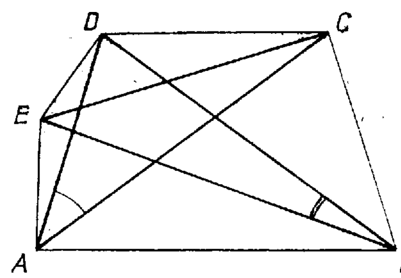
Az AC, AD átlók és a köztük levő adott szög meghatározzák a DAC háromszöget, más szóval az ötszög D, A, C csúcshármasának kölcsönös helyzetét, és hasonlóan a BD, BE átlók és a DBE szög a D, E, B csúcshármas kölcsönös helyzetét. E két csúcshármast az kapcsolja össze, hogy bennük D közös és hogy a DAC és DEB körüljárások iránya egyező egymással és az ötszög csúcsainak A, B, C, D, E sorrendű körüljárásával.

Utolsónak maradt adatunk, a CE átló, az ötszögnek az előzőkből kiadódott DC, DE oldalaival együtt meghatározza C, D és E kölcsönös helyzetét, beleértve az előzőkkel egyező körüljárást is – hacsak CE és a mondott két oldal teljesítik a háromszög-egyenlőtlenséget. E föltétel teljesülése mellett a kérdéses ötszög is egyértelműen meg van határozva az adatokkal (további, azaz fölösleges adat nincs), tehát a kérdéses szögek egyértelműen kiszámíthatók. A megoldás azonban csak akkor felel meg, ha a CDE háromszög CD oldalára a körüljárás figyelembevételével szerkesztett CDA háromszög A csúcsa és a DE-re szerkesztett DEB háromszög B csúcsa a CE egyenesnek D-t nem tartalmazó partján adódnak és pontjaink az $ABCDE$ körüljárás szerint konvex ötszöget határoznak meg.



Mármost a DAC háromszögből a cosinustétellel $CD = 60{,}00$, vagyis a táblázatunkkal elérhető pontosságig $CD = AD$, a háromszög egyenlő szárú, így $DCA\sphericalangle = CAD\sphericalangle = 36^\circ\,52'$ és $ADC\sphericalangle = 106^\circ\,16'$. (Ábránkon az ötszög $ABCDE$ körüljárását pozitívnak vettük, így ugyanez áll a részháromszögek mondott körüljárására; a szögeket is mindig úgy írjuk le, hogy az első szár pozitív forgással jusson át a második szárba.)

A DEB háromszögből, a cosinustételt kétszer alkalmazva $DE = 28{,}00$ és $EDB\sphericalangle = 90^\circ$, tehát $BED\sphericalangle = 73^\circ\,44'$.

Ezek szerint a CDE háromszög létrejön, benne $DCE\sphericalangle = 16^\circ\,16'$, $CED\sphericalangle = 36^\circ\,52'$, tehát $EDC\sphericalangle = 126^\circ\,52'$. Továbbmenve $EDA\sphericalangle = EDC\sphericalangle - ADC\sphericalangle = 20^\circ\,36'$ és $BDC\sphericalangle = EDC\sphericalangle - EDB\sphericalangle = 36^\circ\,52'$, pozitívok, úgyszintén $ADB\sphericalangle = EDC\sphericalangle - EDA\sphericalangle - BDC\sphericalangle = 69^\circ\,24'$ is, tehát a DE félegyenest DC-be átforgatva előbb lépi át DA-t, majd DB-t, amint a konvexség kívánja, egyszersmind megkaptuk a D-be befutó átlók közti szöget is.

Eddigi eredményeinkből megkapjuk a C-be és E-be befutó átlók közti szögeket is: $ECA\sphericalangle = DCA\sphericalangle - DCE\sphericalangle = 36^\circ\,52' - 16^\circ\,16' = 20^\circ\,36'$, másrészt $BEC\sphericalangle = BED\sphericalangle - CED\sphericalangle = 73^\circ\,44' - 36^\circ\,52' = 36^\circ\,52'$, és azt is kaptuk, hogy a CE, egyenes A-t is, B-t is elválasztja D-től.

Így a $CDEA$ négyszög konvex, és már csak azt kell belátnunk, hogy a B csúcs nincs ennek a belsejében. Észrevesszük, hogy a CDB háromszög egybevágó a DAC háromszöggel – csúcsaik a felsorolás rendjében felelnek meg egymásnak –, mert az adatok szerint $DB = AC$, számításaink szerint $CD = DA$ és $CDB\sphericalangle = DAC\sphericalangle$. Ezért $DCB\sphericalangle = ADC\sphericalangle = 106^\circ\,16' > 36^\circ\,52' = DCA\sphericalangle$, tehát B kívül van a $CDEA$ konvex négyszög C csúcsánál levő szögtartományon. Ezt akartuk megmutatni, és ezzel a megoldást befejeztük. (Az $ACB\sphericalangle = DCB\sphericalangle - DCA\sphericalangle = 69^\circ\,24'$ szögtöbblet sokszorosan nagyobb annál a hibánál, ami a szög–számítások kerekítéseinél adódik, hiszen minden szög hibája legföljebb $1'$.)

Megjegyzések. **1.** A kérdezett szögek közül az utoljára sorra vettnek az értéke abból is számítható, hogy $ACEBD$ hurkolt csillagötszög, és ilyenben az egymás után kapcsolódó szakaszok közti szögek összege 180°.

2. Az ötszög kérdezett szögeit az iskolai függvénytáblázat használata mellett elérhető pontossággal határoztuk meg, így a kapott szögek megegyeznek annak az ötszögnek a megfelelő szögeivel, amelynek átlói egyenlőek a vizsgált ötszög átlóival, és amelyben $\cos CAD\sphericalangle = 0{,}8$ $(= 4/5)$, $\cos DBE\sphericalangle = 0{,}96$ $(= 24/25)$.

Ez azonban nem jelenti azt, hogy e két ötszög egybevágó volna, továbbmenve azt, hogy az utóbbi ötszögben a BDE háromszögben derékszög volna, az ACD háromszögben $AD = CD$, a $CDB\,\triangle \cong DAC\,\triangle$. – Mindez nem jelenti azt, hogy a megfelelő állítások a feladatban leírt ötszögre is igazak volnának. Hiszen a mi ötszögünkben hét tizedesjegyre $\cos CAD\sphericalangle = 0{,}800\,0338$; $\cos DBE\sphericalangle = = 0{,}959\,9684$ volna, ha az adott szög–értékek pontosak volnának.

Numerikus példákban azonban fel szoktuk tenni, hogy az adatok csak annyi jegyre pontosak, ahány jegyig megadjuk őket, így tulajdonképpen a mondott szögek cosinusait nem is határozhatjuk meg 7 tizedesjegyre. És egy közelítő pontossággal megadott síkidomban nem beszélhetünk egybevágó, egyenlő szárú, vagy derékszögű háromszögről, csak arról, hogy egyes háromszögeknek *az alkalmazott közelítés mellett* megvan a mondott tulajdonságuk.