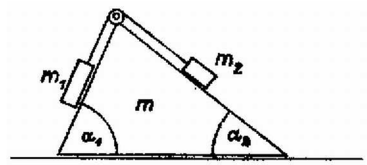
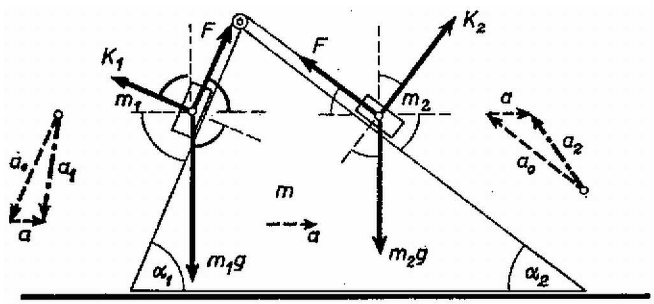
1. *Vízszintes síkra helyezett m tömegű ék (kettős lejtő) tetején átvetett fonálon m_1 és m_2 tömegek lógnak. A lejtők hajlásszögei α_1 és α_2 (1. ábra). A súrlódás, a fonál és a csiga tömege elhanyagolható. Kezdetben az egész rendszer nyugalomban van, azután elengedjük. Mennyi az ék gyorsulása? Mennyi a fonálon lógó testek gyorsulása? Mikor marad az ék nyugalomban?*



1. ábra

Megoldás. Minden gyorsulást az inerciarendszerhez képest számítunk. Az ék gyorsulása a, a testek gyorsulása a lejtőhöz képest a_0. A lógó tömegek gyorsulása az inerciarendszerhez képest a_0 és a nagyságú vektorok eredője (a_1, illetve a_2). Az irányokat a 2. ábrán feltüntetett esetben számítjuk pozitívoknak.



2. ábra

m_1 tömegre m_1g súlya, a lejtő részéről merőlegesen kifejtett K_1 erő és F fonálerő hat. Ezek vektoreredője adja az m_1a_1 mozgató erőt. Hasonló a helyzet m_2-nél. Az éket mozgató ma erőt K_1, K_2, ill. a két F nagyságú reakcióerő vízszintes összetevőinek összege adja. Ezeket az összefüggéseket függőleges és vízszintes összetevőkben felírva 5 egyenletet kapunk az 5 ismeretlen (a_0, a, K_1, K_2, F) számára. Az egyenletrendszer megoldása hosszadalmas.

Célszerű, ha Newton II. axiómáját a lejtőmenti erőösszetevőkre írjuk fel. K_1 és K_2 lejtőre merőleges erők most nem játszanak szerepet. m_1 tömeget a lejtő mentén lefelé (a választott pozitív irányban) $m_1g\sin\alpha_1 - F$ erő mozgatja. Az m_1 tömeg inerciarendszerhez képest számított gyorsulásának lejtőmenti összetevője $a_0 - a\cos\alpha_1$. Az erőtörvény szerint:

$$m_1(a_0 - a\cos\alpha_1) = m_1g\sin\alpha_1 - F,$$

innen a fonálerő:

$$F = m_1(g\sin\alpha_1 + a\cos\alpha_1 - a_0). \tag{1}$$

Hasonlóan m_2 tömegnél:

$$m_2(a_0 - a\cos\alpha_2) = F - m_2g\sin\alpha_2,$$

ebből:

$$F = m_2(g\sin\alpha_2 - a\cos\alpha_2 + a_0). \tag{2}$$

A fonálerő (1) és (2) kifejezéseit egyenlővé téve:

$$(m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2)a = (m_1 + m_2)a_0 - (m_1\sin\alpha_1 - m_2\sin\alpha_2)g. \tag{3}$$

Az ék viselkedésére legegyszerűbben az impulzustörvényből következtethetünk. A lógó tömegek lejtőhöz viszonyított sebességei v_0 (bal oldalt lefelé, jobb oldalt felfelé), ezek vízszintes összetevői $v_0\cos\alpha_1$ és $v_0\cos\alpha_2$ (balra). Figyelembe véve az ék jobbra mutató v sebességét, a lógó tömegek sebességösszetevői az inerciarendszerhez képest $v_0\cos\alpha_1 - v$ és $v_0\cos\alpha_2 - v$. Az impulzustétel szerint:

$$m_1(v_0\cos\alpha_1 - v) + m_2(v_0\cos\alpha_2 - v) = mv.$$

Egyenletesen gyorsuló mozgásról lévén szó a sebességek arányosak a gyorsulásokkal, ezért

$$m_1(a_0\cos\alpha_1 - a) + m_2(a_0\cos\alpha_2 - a) = ma.$$

Rendezve:

$$a = \frac{m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2}{m + m_1 + m_2} \cdot a_0. \tag{4}$$

Ez az összefüggés mutatja, hogyha a két gyorsulás közül az egyik nulla, akkor a másik is az. Az ék csak akkor maradhat nyugalomban, ha a lógó tömegek is nyugosznak rajta. Ami különben azonnal belátható az impulzustörvényből.

A (3)-ból és (4)-ből álló egyenletrendszer megoldása a_0 és a gyorsulásokra ezeket az eredményeket adja:

$$a_0 = g \cdot \frac{(m + m_1 + m_2)(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)}{(m_1 + m_2)(m + m_1 + m_2) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)^2}, \tag{5}$$

$$a = g \cdot \frac{(m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)}{(m_1 + m_2)(m + m_1 + m_2) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)^2}. \tag{6}$$

Mindkét gyorsulás akkor nulla, ha

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}.$$

A fonálerő kiszámítására (1)-et és (2)-t összeadjuk; felhasználva az (5) és (6) szerinti eredményeket:

$$F = g m_1 m_2 \cdot \frac{(m + m_1 + m_2)(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2) \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{(m_1 + m_2)(m + m_1 + m_2) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)^2}.$$

K_1 és K_2 kényszererők kiszámításához m_1 és m_2 tömegeknél a függőleges erő-összetevőket vesszük számításba:

$$m_1 a_0 \sin\alpha_1 = m_1 g - K_1 \cos\alpha_1 - F \sin\alpha_1,$$
$$m_2 a_0 \sin\alpha_2 = -m_2 g + K_2 \cos\alpha_2 + F \sin\alpha_2.$$

Ezekből az egyenletekből, (1), (2), (6) felhasználásával:

$$K_1 = m_1 g \cos\alpha_1 \left[1 - \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)}{(m_1 + m_2)(m + m_1 + m_2) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)^2}\right],$$
$$K_2 = m_2 g \cos\alpha_2 \left[1 + \frac{\operatorname{tg}\alpha_2 (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)}{(m_1 + m_2)(m + m_1 + m_2) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)^2}\right].$$

Valamennyi képletünkből a rögzített ék esete az $m = \infty$ helyettesítéssel kapható meg.

Egy konkrét példa feladatunkra:

$$a_1 = 67{,}4^\circ, \quad \sin\alpha_1 = 12/13, \quad \cos\alpha_1 = 5/13,$$
$$a_2 = 36{,}9^\circ, \quad \sin\alpha_2 = 3/5, \quad \cos\alpha_2 = 4/5,$$

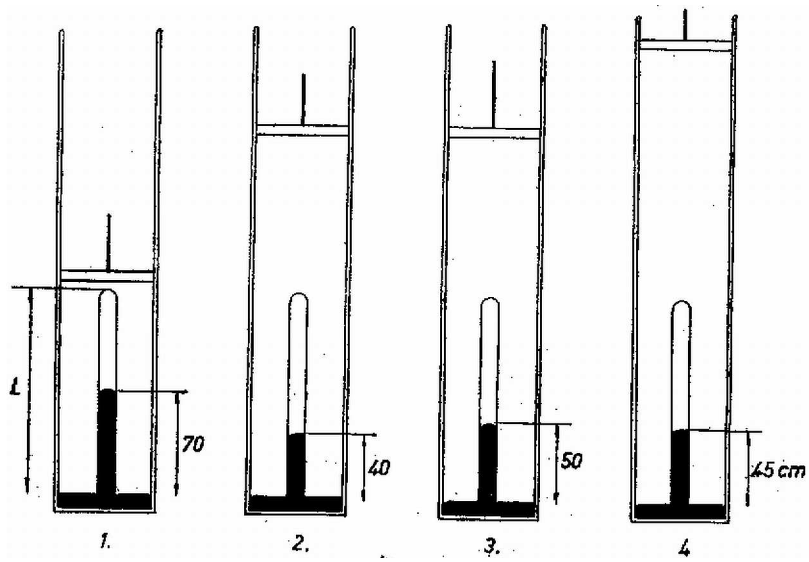
$m = 20$ kg, $m_1 = 13$ kg, $m_2 = 10$ kg.

Ekkor $\quad a_0 = \frac{129}{410} \cdot g = 0{,}315\ g, \qquad a = \frac{39}{410} \cdot g = 0{,}095\ g,$

$F = \frac{1719\ \text{kg}}{205} \cdot g = 82{,}3$ newton, $\quad K_1 = \frac{791\ \text{kg}}{205} \cdot g = 37{,}9$ newton, $\quad K_2 = \frac{1757\ \text{kg}}{205} \cdot g = 84{,}1$ newton.

Mosó Tamás

2. *Dugattyús hengerben Torricelli-kísérlet van összeállítva (3. ábra), a higany fölött hidrogén, a hengerben levegő van. Az* 1. *állapotban a higanyoszlop magassága* 70 cm, *a levegő nyomása* $p_{l1} = 1{,}334 \cdot 10^5\ \text{N/m}^2 = 1{,}317$ *atmoszféra=* 100 Hgcm, *a hőmérséklet* 0 ℃ = 273 ℃K. *A dugattyút állandó hőmérséklet mellett lassan felhúzva a levegő nyomása a* 2. *állapotban* $p_{l2} = 0{,}8 \cdot 10^5\ \text{N/m}^2 = 0{,}79$ *atmoszféra=* 60 Hgcm *lesz és a higanyszint* 40 cm. *Ezután a dugattyú változatlan helyzete mellett a hőmérsékletet* T_3 *fokra emeljük; ebben a* 3. *állapotban a higanyoszlop magassága* 50 cm. *Végül úgy jutunk a* 4. *állapothoz, hogy a levegő nyomása változatlan marad, de a higanyszál magassága* 45 cm *lesz. Mennyi a hidrogéngáz nyomása és hőmérséklete a végső állapotban?*



3. ábra

Megoldás. A hidrogén és a levegő adatait a négy állapotban következőképp jelöljük:

	1.	2.	3.	4.
hidrogén nyomása	p_{h1}	p_{h2}	p_{h3}	p_{h4}
hidrogén térfogata	V_{h1}	V_{h2}	V_{h3}	V_{h4}
levegő nyomása	p_{l1}=100 Hg cm	p_{l2}=60 Hg cm	$p_{l34} =$	$= p_{l34}$
levegő térfogata	V_{l1}	$V_{l23} =$	$= V_{l23}$	V_{l4}
közös hőmérséklet	273 °K	273 °K	T_3	T_4

Minden nyomást Hgcm-ben mérünk. A Torricelli-cső hossza L (cm-ben), a hidrogén térfogatának mértéke, a hidrogén által betöltött csőrész hossza.

A hidrogénre az 1. és 2. állapotok között alkalmazzuk Boyle–Mariotte törvényét. A nyomások $p_{h1} = (100 - 70)$ Hgcm = 30 Hgcm és $p_{h2} = (60 - 40)$ Hgcm = 20 Hgcm. Tehát

$$30(L - 70) = 20(L - 40).$$

Innen megtudjuk a Torricelli-cső hosszát: $L = 130$ cm. A négy hidrogéntérfogatnak megfelelő csőhossz:

$$(V_{h1})\,60\text{ cm},\qquad (V_{h2})\,90\text{ cm},\qquad (V_{h3})\,80\text{ cm},\qquad (V_{h4})\,85\text{ cm}.$$

A hidrogén nyomása a 3., illetve 4. állapotban $p_{l3} = p_{h34} - 50$ Hgcm, illetve $p_{h4} = p_{l34} - 45$ Hgcm. A levegő nyomása 3. és 4. között nem változott meg, ezért a higanyszál csak úgy mehetett le, hogy a hőmérséklet emelkedett. De akkor a dugattyút is feljebb kell húzni, hogy melegebb állapotban a levegő nyomása ugyanannyi maradhasson.

Felírjuk a hidrogénre az egyesített gáztörvényt a 2. és 3. állapotok között:

$$\frac{20 \cdot 90}{273} = \frac{(p_{l34} - 50)80}{T_3}.$$

Felírjuk a hidrogénre az egyesített gáztörvényt a 3. és 4. állapotok között:

$$\frac{(p_{l34} - 50)80}{T_3} = \frac{(p_{l34} - 45)85}{T_4}.$$

Felírjuk a levegőre Gay-Lussac II. törvényét a 2. és 4. állapotok között:

$$\frac{p_{l34}}{60} = \frac{T_3}{273}.$$

Ennek az egyenletrendszernek a megoldása: $p_{l34} = 80$ Hgcm, $T_3 = 364$ °K, $T_4 = 451$ °K. A hidrogén nyomásai: $p_{h3} = 30$ Hgcm, $p_{h4} = 35$ Hgcm. Ezzel minden kérdésre feleltünk.

A levegő térfogatainak az arányát is kiszámíthatjuk:

$$V_{l1} : V_{l23} : V_{l4} = 6 : 10 : 12{,}4.$$

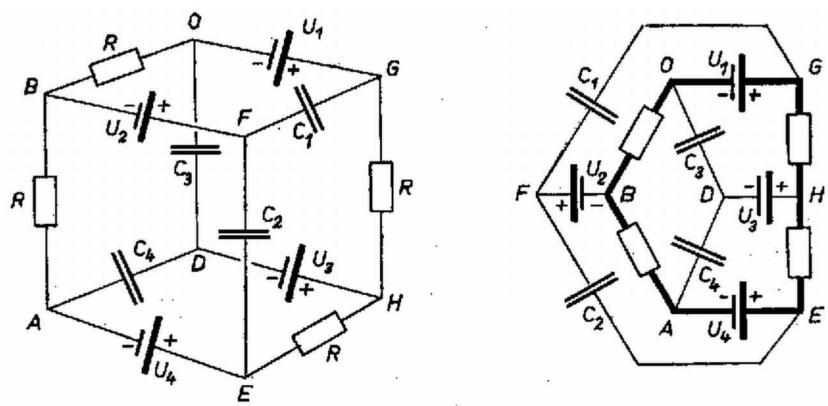
Ha ismeretes, hogy a Torricelli-cső keresztmetszet-területe például 2 cm^2, akkor az első állapotban a hidrogén térfogata $2 \cdot 60$ cm^3 = 120 cm^3, 30 Hgcm nyomás mellett, 273 °K-en. Ezért hidrogénünk normáltérfogata $(120 \cdot 30 :$

76) $\text{cm}^3 = 47{,}37\ \text{cm}^3$. Mivel 22 400 cm^3 normálállapotú hidrogén tömege 2,016 gramm, ezért a mi hidrogénünk tömege $(47{,}37 \cdot 2{,}016 : 22\,400)$ gramm $= 0{,}00426$ gramm.

Iglói Ferenc

Megjegyzés. Az eredeti feladat figyelembe kívánta vetetni a higany hőkiterjedését is. Fizikus szempontból nézve ennek nincs sok értelme, hiszen a higany nem-lineáris hőkiterjedése és gőznyomása legalább annyit jelent, mint a hőkiterjedés okozta százalékos nagyságrendi eltérés.

3. *A* 4. *ábra bal oldali rajza szerinti kapcsolásban R négy darab egyenlő ellenállást, C_1, C_2, C_3, C_4 egyenlő,* 1 μF-*os kondenzátort jelent. A négy áramforrás feszültségei* $U_1 = 4$ volt, $U_2 = 8$ volt, $U_3 = 12$ volt és $U_4 = 16$ volt; *belső ellenáldásuk elhanyagolható. Mennyi a négy kondenzátor összes energiája? Mennyi a C_2 kondenzátor töltése, ha H és B pontokat rövidre zárjuk?*



4. ábra

Megoldás. A kondenzátor CU töltésének és $CU^2/2$ energiájának a kiszámításához a feszültségre van szükségünk. Terítsük ki a hálózatot síkba (4. ábra jobb oldali rajza). Az egyenáram nem folyhat át kondenzátorokon, ezért csak az ábra vastagon rajzolt vezetékein folyik áram. Ebben az áramkörben $4R$ ellenállásra $U_4 - U_1 = 12$ volt feszültség van rákapcsolva, tehát az áramerősség:

$$I = \frac{U_4 - U_1}{4R}.$$

Az ohmos feszültségesések és a telepek feszültségeinek a felhasználásával kiszámítjuk az egyes pontok feszültségeit, alapul választva A pont feszültségét mint nullát.

A		0 volt
B	$(U_4 - U_1)/4$	3 volt
O	$(U_4 - U_1)/2$	6 volt
G	$(U_4 - U_1)/2 + U_1$	10 volt
H	$(U_4 - U_1)/2 + U_1 + (U_4 - U_1)/4$	13 volt
E	$(U_4 - U_1)/2 + U_1 + (U_4 - U_1)/2$	16 volt
D	$(U_4 - U_1)/2 + U_1 + (U_4 - U_1)/4 - U_3$	1 volt
F	$(U_4 - U_1)/4 - U_3 + U_2$	11 volt

A kondenzátorok feszültsége, töltése és energiája:

C_1	$(11 - 10)$ volt=1 volt	$1 \cdot 10^{-6}$ coulomb	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$ joule
C_2	$(16 - 11)$ volt=5 volt	$5 \cdot 10^{-6}$ coulomb	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$ joule
C_3	$(6 - 1)$ volt=5 volt	$5 \cdot 10^{-6}$ coulomb	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$ joule
C_4	$(1 - 0)$ volt=1 volt	$1 \cdot 10^{-6}$ coulomb	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$ joule

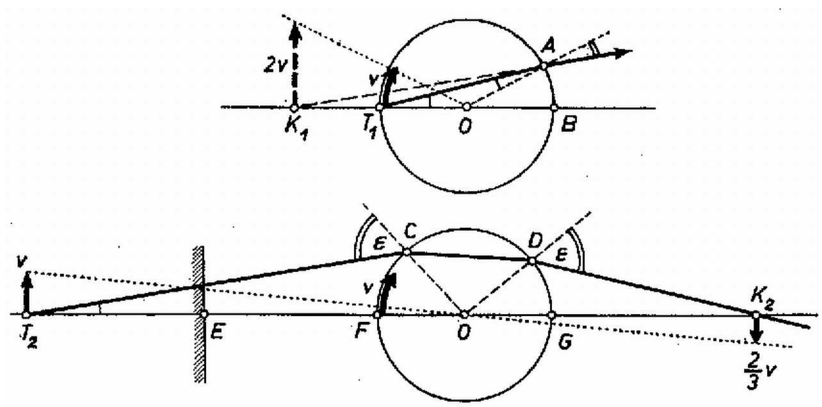
A kondenzátorok összes energiája $26 \cdot 10^{-6}$ joule.

Ha H és B pontokat összekötjük, akkor két külön áramkör alakul ki. Ezek csak egyetlen HB pontban függenek össze. Az alsó áramkörben $U_4/2R$ erősségű áram folyik és A-hoz képest E feszültsége $U_4 = 16$ volt, HB feszültsége $U_4/2 = 8$ volt. Az F pont feszültsége $U_4/2 + U_2 = 16$ volt. Így C_2 kondenzátor mindegyik lemezén egyformán 16 volt a feszültség, tehát ennek a kondenzátornak nincs töltése. qsmallskip

Szabó Zoltán

4. *Egy függőleges síktükör előtt elhelyezünk egy vékonyfalú, gömb alakú, vízzel telt akváriumot. Az akvárium sugara R és középpontja $3R$ távolságra van a tükörtől. Egy távoli megfigyelő az akvárium középpontján át a tükörre merőlegesen* *néz. Az akváriumnak a tükörhöz legközelebb levő pontjában egy kis hal úszik v sebességgel az akvárium fala mentén. Milyen sebességgel mozognak egymáshoz képest a halnak a megfigyelő által látott képei? A víz törésmutatója $n = 4/3$.*

Megoldás. A hal 1 másodperc alatt v utat tesz meg. Ez a szakasz legyen az a tárgy, amelynek kétféle módon keletkezett képét keressük. Csak a tengelyhez közeli sugarakkal, kis szöggel számolunk, ezért mindenütt (töréstörvényben és sinustételben) a szöget használjuk sinusa helyett.



5. ábra

A T_1 pontban úszó halról mint tárgyról, egyetlen törőfelület ad képet (5. ábra felső rajza). A T_1-ből $\gamma = AT_1O\sphericalangle$ alatt induló fénysugár törőszöge A-nál a vízben γ, a levegőben $n\gamma$ (kettős ívű szög). Ennek a kilépő sugárnak a visszafelé rajzolt meghosszabbítása adja K_1-ben a virtuális kép helyét. Továbbá $K_1AT_1\sphericalangle = n\gamma - \gamma = (n-1)\gamma$. A K_1T_1A háromszögre felírjuk a sinustételt:

$$\frac{K_1T_1}{K_1A} = \frac{(n-1)\gamma}{\gamma} = n - 1.$$

Mivel megengedett közelítéssel $K_1A = K_1O + R$, $K_1T_1 = K_1O - R$, ezért

$$\frac{K_1O - R}{K_1O + R} = n - 1.$$

Innen a virtuális kép távolsága a középponttól:

$$K_1O = \frac{n}{2-n} \cdot R.$$

Víznél $n = 4/3$ és $K_1O = 2R$. Ha a törésmutató nagyobb, mint 2, a kép reális. A nagyítást a kép- és tárgytávolság hányadosa adja:

$$\frac{K_1O}{T_1O} = \frac{n}{2-n}.$$

Víz esetében a nagyítás 2-szeres.

A síktükör E-ben van (5. ábra alsó része). Ez a síktükör a tőle $2R$ távolságban levő tárgyról, a v sebességnek megfelelő szakaszról a tükör mögött $2R$ távolságban, T_2 ben ad ugyanakkora virtuális képet. T_2 a gömb középpontjától $5R$ távolságban van. Legyen általában $T_2O = kR$. A T_2-ben levő virtuális kép úgy viselkedik, mint egy normális tárgy, amelyet a gömbön mint lencsén át nézünk; a tükörrel ezután már nem kell törődnünk. T_2 reális képét számíthatjuk a vastag lencsék törvényével, de egyenes úton is megkapjuk.

A T_2-ből $\gamma = CT_2F\sphericalangle$ szög alatt induló fénysugár C-nél levő ε beesési szögét keressük. Sinustétellel a T_2OC háromszögből:

$$\frac{\varepsilon}{\gamma} = \frac{T_2O}{CO} = \frac{kR}{R} = k, \qquad \varepsilon = k\gamma.$$

A törőszög az üvegben:

$$\frac{\varepsilon}{n} = \frac{k\gamma}{n} = DCO\sphericalangle = CDO\sphericalangle.$$

Ki kell számítanunk a $DOG\sphericalangle$-et. Először $COF\sphericalangle = \varepsilon - \gamma = k\gamma - \gamma = \gamma(k-1)$. A $COD\sphericalangle$ ugyanúgy 180°-ra egészíti ki a C-nél és D-nél levő szögek összegét, mint a $COF\sphericalangle$ és $DOG\sphericalangle$ összegét, ezért

$$DOG\sphericalangle + \gamma(k-1) = 2 \cdot \frac{k\gamma}{n}.$$

Innen $DOG\sphericalangle = \gamma\left(\frac{2k}{n} - k + 1\right)$. Felírjuk a DOK_2 háromszögre a sinustételt:

$$\frac{OK_2}{DK_2} = \frac{\varepsilon}{\gamma\left(\frac{2k}{n} - k + 1\right)} = \frac{k\gamma}{\gamma\left(\frac{2k}{n} - k + 1\right)}, \quad \frac{OK_2}{OK_2 - R} = \frac{k}{\frac{2k}{n} - k + 1}$$

Ebből megkapjuk a képtávolságot:

$$OK_2 = \frac{kn}{n(2k-1) - 2k} \cdot R.$$

Ha $k = 5$ és $n = 4/3$, akkor $OK_2 = 10R/3$. A nagyítás:

$$\frac{OK_2}{OT_2} = \frac{n}{n(2k-1) - 2k}.$$

Ha $k = 5$ és $n = 4/3$, akkor a nagyítás $2/3$.

Foglaljuk össze a számítások eredményét. A hal valójában v sebességgel halad felfelé. Virtuális képe $2v$ sebességgel felfelé, reális képe $2v/3$ sebességgel lefelé mozog. A két kép relatív sebessége $2v{+}2v/3 = 8v/3$, az eredetinek $8/3$-szorosa.

De most jön a legfontosabb. Mi az egész számítás értelme? Eddig csak azt tudjuk, hogy a rajzlapon a gömbtől balra egy virtuális kép $+2v$, a gömbtől jobbra $-2v/3$ sebességgel mozog. Mindkét mozgás a rajzlapon, a rajzolt képekkel megy végbe, különböző helyeken. De mit lát az ember, ha elvégzi a kísérletet?

Ha a hal mellett milliméterskála van és ezek képein figyeljük a halképek mozgását, ugyanazokat a mérőszámokat kapjuk, mint a valóságos sebességnél. A sebességek ellentétesek és az egyik sebesség a másiknak háromszorosa lesz, továbbá az egyik hal háromszor olyan hosszú, mint a másik. De most nemcsak erről van szó. Nagyon messziről kell néznünk, hiszen egy messze a gömb mögött levő és egy, a gömb előtt levő képet egyszerre kell élesen látnunk. A két kép távolsága $8{,}33R$. A reális képet is látni lehet szemmel, ha a tiszta látás távolságánál messzebbről nézzük. Itt van annak a jelentősége, hogy a feladat szövege szerint a berendezést messziről kell néznünk. Ekkor a különböző távolságokban levő képekhez vezető egyenesek szögelfordulásait figyeljük meg, és ha elég messziről nézünk, akkor a különböző távolságok ellenére is közelítően $8/3$ arányban növekedett sebességet észlelünk. Természetesen valahogy informálódnunk kell a hal valóságos v sebességéről is.

A sebességnövekedés aránya általános esetben:

$$\frac{2n}{2-n} \cdot \frac{(k-1)(n-1)}{2k(n-1) - n}.$$

Érdemes a jelenséget tényleg megfigyelni. Széles, vízzel telt hengerpoharat tükör elé állítunk. A halat függőlegesen a vízbe tartott hurkapálca helyettesíti. A pálca mozgatásakor jól megfigyelhetjük a képek különböző sebességű mozgását.

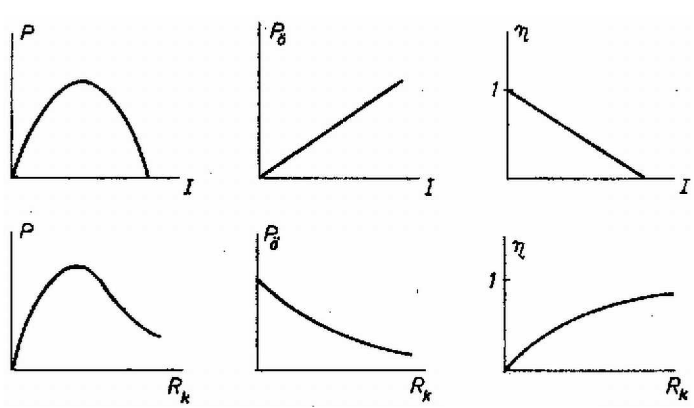
Tichy-Rács Ádám

Kísérleti feladat. *Megmérendő egy adott feszültségforrás P hasznos teljesítménye, mint I áramerősség függvénye! Ennek alapján határozzuk meg az elem R_b belső ellenállását és U_0 elektromotoros erejét! Rajzoljuk fel a hasznos és összes teljesítmény, valamint η hatásfok függését R külső ellenállástól!*

Az összes teljesítmény $P_\delta = U_0 I$, a belső ellenállás teljesítményfogyasztása $I^2 R_b$, tehát a hasznos teljesítmény, mint az áramerősség függvénye:

$$P = U_0 I - I^2 R_b.$$

A grafikon, megegyezésben a képlettel, parabolát ad. P hasznos teljesítményt a lemért U kapocsfeszültség és I áramerősség szorzataként kapjuk meg. Két P, U, I értékcsoportból U_0 és R_b számítható. Nem biztos, hogy a kísérletsorozat folyamán U_0 és R_b állandó marad.



6. ábra

Az összes teljesítmény:

$$P_\delta = U_0 I = \frac{U_0^2}{R_b + R_k}.$$

A hasznos teljesítmény:

$$P = UI = \frac{U_0^2 R_k}{(R_b + R_k)^2}.$$

A hatásfok

$$\eta = \frac{P}{P_\delta} = \frac{R_k}{R_k + R_b}.$$

P_δ és η R_k-tól hiperbola-függvény, P a fenti törtfüggvény szerint függ. A grafikonokat a 6. ábra mutatja.

Gács Lajos