Figyeljük meg inkább először csak azt, hogy egyetlen a^3 köbszám 9-cel osztva milyen m maradékot ad, mondjuk a kezdeti értékeire:

$$\begin{array}{rrrrrrr} a = & 0, & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, \\ a^3 = & 0, & 1, & 8, & 27, & 64, & 125, \\ m = & 0, & 1, & 8, & 0, & 1, & 8. \end{array}$$

Azt tapasztaljuk, hogy a maradékok hármanként ciklikusan ismétlődnek, vagyis m értéke csak attól függ, hogy a 3-mal osztva mennyi maradékot ad. Valóban ha $a = 3b + c$, akkor

$$a^3 = 27b^3 + 27b^2c + 9bc^2 + c^3 = 9d + c^3.$$

(Természetesen b, c, és d is egészek és $0 \leq c < 3$ miatt $0 \leq c^3 < 9$.) Tehát ha a 3-mal osztva c maradékot ad, akkor a^3 9-cel osztva c^3 maradékot ad. Egy szám 3-mal osztva 0, 1, vagy 2 maradékot ad, egy köbszám tehát 9-cel osztva 0, 1 vagy 8 maradékot ad.

Ez utóbbi megállapításunkat célszerűbb úgy kimondani, hogy egy a^3 köbszámhoz mindig találhatunk olyan 9-cel osztható A számot, hogy e két szám különbségének abszolút értéke legfeljebb egy:

$$|a^3 - A| \leq 1.$$

Ennek alapján három köbszám $a_1^3 + a_2^3 + a_3^3$ összegéhez mindig található olyan 9-cel osztható A szám, hogy e két szám eltérése legfeljebb 3:

$$|a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 - A| \leq 3,$$

hiszen A választható az a_1^3, a_2^3, a_3^3 számokhoz tartozó A_1, A_2, A_3 számok összegének.

Ha tehát egy szám 9-cel osztva 4-et vagy 5-öt ad maradékul (márpedig ilyen szám végtelen sok van), akkor az a szám nem állítható elő három köbszám összegeként.

Megjegyzés. Feltehető a kérdés, mi adta az ötletet Péternek a 9-es osztó ajánlására. Valószínűleg az, hogy észrevette a 9-cel való osztáskor a maradékok 3-as periódusát, amit a táblázat is mutat. Viszont a kérdés általánosításában óvatosságot ajánlunk.[1]

[1] A kérdéskörbe bepillantást kap az olvasó a következő helyeken: *Erdős Pál – Surányi János:* Válogatott fejezetek a számelméletből. Tankönyvkiadó, Budapest, 1960. A Waring-féle problémakörről 183–187. old.
Hajós György – Neukomm Gyula – Surányi János: Matematikai Versenytételek. II. rész. 2. kiadás, Tankönyvkiadó, 1965. 63. oldal.