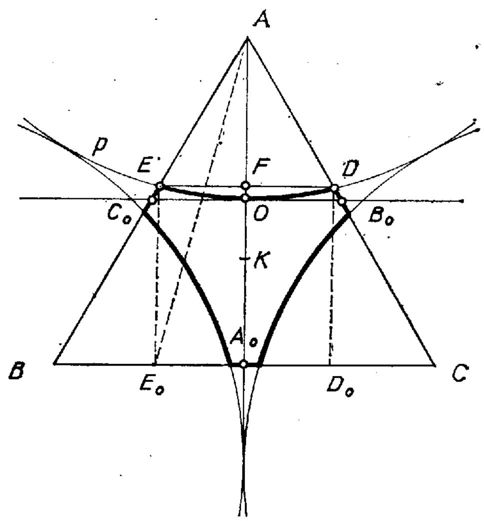
Az A fókuszú, BC vezéregyenesű p parabola csúcsérintője az AA_0 szakasz felező merőlegese, ahol A_0 az A fókusznak a BC tengelyen levő merőleges vetülete. Ez a felező merőleges az AB, AC oldalakat a C_0, B_0 felezőpontjaikban metszi, hiszen minden, a fókuszt a vezéregyenessel összekötő szakaszt felez. A p parabola a B_0C_0 csúcsérintőnek az A-t tartalmazó oldalán van, az $ABC = H$ háromszögben levő része tehát az AB_0C_0 háromszögben is benne van.



Hasonlóan kapjuk, hogy a B fókuszú, CA vezéregyenesű parabola H-beli része a BC_0A_0 háromszögben, a C fókuszú, AB vezéregyenesű parabola H-beli része pedig a CA_0B_0 háromszögben is benne van. Ezek szerint e három parabola belsejének nincs H-n belül közös része, az általuk le nem fedett rész területét megkapjuk, ha H területéből levonjuk az általuk külön-külön lefedett részek területét. Elegendő a p belseje által lefedett rész területét meghatározni, mert a másik két parabola által fedett részek területei egyenlők ezzel, hiszen e részek megkaphatók a p által fedett résznek a H háromszög K centruma körüli alkalmas irányú $120°$-os forgatásával.

A p parabola az AB szakaszt abban az E pontjában metszi, melynek BC-től mért EE_0 távolsága egyenlő AE-vel. Így az AEE_0 háromszögben az $AEE_0\sphericalangle = 90° + 60° = 150°$, $EAE_0\sphericalangle = 15°$, vagyis AE_0 felezi a BAA_0 szöget. A szögfelezőre ismert tétel szerint

$$BE_0 : E_0A_0 = BA : AA_0 = 1 : \frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$BE_0 = 2 - \sqrt{3}, \quad EE_0 = 2\sqrt{3} - 3.$$

Az egyenlő oldalú háromszög és a parabola szimmetriája alapján ugyanekkora CD_0, ill. DD_0 hossza, ahol D_0 a D vetülete BC-n.

Jelöljük p csúcsát O-val, ED felezőpontját F-fel. Az $ADOE$ idomot (amelynek a területét meg akarjuk határozni) az ED egyenes az ADE szabályos háromszögre és a $DEOD$ lencse alakú idomra vágja szét. Az ADE háromszög területe:

$$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} DE^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{3} - 3)^2 = \frac{21\sqrt{3}}{4} - 9.$$

A $DEOD$ lencse alakú idom területe (amint azt alább belátjuk) a DE alap és az FO magasság szorzatának $2/3$ része:

$$t_2 = \frac{2}{3} DE \cdot FO = \frac{2}{3} DE(EE_0 - OA_0) = \frac{2}{3}(2\sqrt{3} - 3)\left(2\sqrt{3} - 3 - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = 13 - \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

Tehát az $ADOEA$ idom területe:

$$t = t_1 + t_2 = 4 - \frac{9\sqrt{3}}{4},$$

és H-ban a három parabola által le nem fedett terület:

$$T = \frac{\sqrt{3}}{4} - 3t = 7\sqrt{3} - 12 \sim 0{,}1244.$$

Be kell még bizonyítanunk, hogy $t_2 = \dfrac{2}{3} DE \cdot FO$. Válasszuk a koordinátarendszer x tengelyének a B_0C_0 egyenest, y tengelynek az AA_0 egyenest. Ekkor p egyenlete $y = \lambda x^2$, ahol λ alkalmas konstans. Legyen az ED szakasz hossza 2μ, akkor $FO = \lambda\mu^2$, és a parabola DOE íve alatti terület:

$$t_3 = \int_{-\mu}^{\mu} \lambda x^2 dx = \left[\frac{\lambda x^3}{3}\right]_{-\mu}^{\mu} = \frac{2}{3}\lambda\mu^3.$$

Az ED szakasz alatti terület

$$t_4 = FO \cdot ED = 2\lambda\mu^3$$

t_3 ennek 1/3 része, tehát t_2 a 2/3 része, amint azt bizonyítani akartuk.