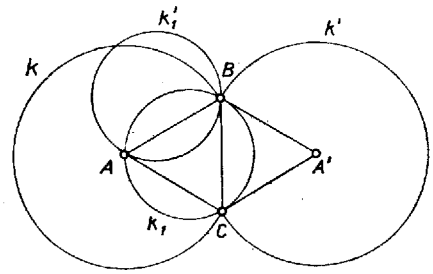
Azok a pontok, amelyekből a BC oldal $30°$-os szögben látszik, a $2 \cdot 30° = 60°$-os középponti szöghöz tartozó, B, C-n átmenő köríveken vannak, tehát e két körív középpontjai a B, C pontokkal együtt egy-egy szabályos háromszög csúcsai. Így az egyik körív középpontja A, a másiké A-nak BC-re vonatkozó A' tükörképe, és az elsőnek a BC egyenes A-t tartalmazó oldalán levő k íve, a másodiknak a BC egyenes A-t nem tartalmazó oldalán levő k' íve tartozik a mértani helyhez (1. ábra).

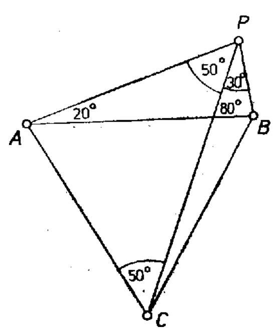


1. ábra

Megmutatjuk, hogy k' pontjaiból az AB szakasz látószöge még $60°$-nál is kisebb, eszerint P csak a k-n lehet, akkor pedig $AP = AB = 1$ km.

Azok a pontok, amelyekből AB $60°$ alatt látszik, az ABC háromszög köré írt k_1 kör nagyobbik AB ívén és a kör AB-re vonatkozó k_1' tükörképének ugyanilyen ívén vannak, és a k_1 és k_1' körök által le nem fedett síkrész pontjaiból az AB szakasz $60°$-osnál kisebb szögben látszik. Mivel az $A'B$, $A'C$ egyenesek érintik k_1 et, azért a $BA'C$ szög szárai elválasztják a mondott k_1 és k' ívek pontjait, tehát k' pontjai k_1-re nézve külső pontok; k_1'-től pedig a BC egyenes választja el k' pontjait, állításunkat ezzel bebizonyítottuk.

Mivel $AP = AB = AC$, azért az ABP, ACP háromszögek egyenlő szárúak és az A-nál levő szögük $20°$-os, illetve $80°$-os. Az AB-vel $20°$-os szöget bezáró félegyenes vagy az ABC háromszög belsejében halad, vagy azon kívül. Az első esetben nem zárhat be AC-vel $80°$-os szöget, így csak a második eset ad megoldást. Eszerint P-t úgy kapjuk meg, hogy az AB félegyenesre A-ban, a C-t nem tartalmazó oldalon felmérünk egy $20°$-os szöget, és ennek a szárára felmérjük az $AP = AB$ szakaszt. Az elmondottak szerint az így kapott pont megfelel a feladat követelményeinek.



2. ábra

A hátralevő PB, PC szakaszokra az ABP és ACP egyenlő szárú háromszögből

$$BP = 2AB\cos 80° = 0{,}3472 \text{ km}, \quad CP = 1{,}2856 \text{ km}.$$