Vegyük észre, hogy a szumma általános tagjában – tehát minden tagjában – a számláló egyenlő a nevező második és első tényezőjéből képezett különbséggel. Eszerint minden tag olyan két tört különbségeként írható, melyek közös számlálója 1, nevezőik pedig a mondott tényezők:

$$\frac{n-i}{(2i+1)(n+i+1)}=\frac{(n+i+1)-(2i+1)}{(2i+1)(n+i+1)}=\frac{1}{2i+1}-\frac{1}{n+i+1}.$$

Ennek alapján S két más szumma különbségeként írható:

$$S=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2i+1}-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n+i+1}=S_1-S_2.$$

A két új szummában előforduló nevezők:

$$3,\ 5,\ 7,\ \ldots,\ 2n+1,\quad \text{ill.}\quad n+2,\ n+3,\ \ldots,\ 2n+1$$

kettesével, ill. egyesével növekszenek, és a két felsorolás legnagyobb tagja közös. Mondhatjuk így is: a $2n+1$-ig terjedő természetes számok közül az elsőben 1 és a páros számok hiányoznak, a másodikban pedig $n+1$-ig terjedően minden természetes szám hiányzik. Ennek alapján mindkét szummát különbségként írhatjuk: kisebbítendőnek véve a $2n+1$-ig terjedő természetes számok reciprokából képezett szummát – ez tehát közös lesz –, kivonandónak pedig az ezáltal behozott, eredetileg nem szereplő számok reciprokából képezett szummákat:

$$S_1=\sum_{k=1}^{2n+1}\frac{1}{k}-\left(1+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2k}\right)=\sum_{k=1}^{2n+1}\frac{1}{k}-1-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k},\quad S_2=\sum_{k=1}^{2n+1}\frac{1}{k}-\sum_{k=1}^{n+1}\frac{1}{k}.$$

Különbségükből a közös tag kiesik, és az első szumma utolsó tagját külön kiírva összevonás lehetséges:

$$S_1=\sum_{k=1}^{n+1}\frac{1}{k}-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}-1=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}-1=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}-\frac{n}{n+1},$$

ami egyszerűbbnek tekinthető az eredeti alakhoz hasonlítva. Az itt szereplő szumma nem írható fel zárt alakban n függvényeként.

Szendrei Ágnes (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., IV. o. t.)