Vezessük be (inkább csak a kényelmesebb leírás kedvéért) az

$$\alpha = x + y, \qquad \beta = x - y \tag{3}$$

változókat, az α, β változópár és az x, y pár nyilván kölcsönösen és egyértelműen meghatározzák egymást. Helyettesítsük be új változóinkat az (1), (2) egyenletekbe. (1) bal oldalán $\sin 2x + \sin 2y = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha \cdot \cos\beta$ áll, tehát (3) mellett (1) ekvivalens az

$$2\sin\alpha\cos\beta = a \tag{1.a}$$

egyenlettel. Hasonlóan kapjuk (2) helyett a vele ekvivalens

$$2\cos\alpha\cos\beta = b \tag{2.a}$$

egyenletet. Emeljük négyzetre e két egyenletet, és adjuk össze négyzetüket:

$$4\cos^2\beta = a^2 + b^2, \tag{4}$$

eszerint az (1)–(2) egyenletrendszer csak akkor oldható meg, ha

$$a^2 + b^2 \le 4. \tag{5}$$

Ha $a^2 + b^2 = 0$, akkor $a = b = 0$, és (4) szerint $\cos\beta = 0$, ami már önmagában maga után vonja (1.a) és (2.a) teljesülését, tehát ekkor α értéke tetszőleges. Ha $a^2 + b^2 > 0$, akkor (4) és (2.a) alapján

$$\cos\beta = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}; \quad \cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Ezek az értékek valóban lehetnek egy-egy szög cosinusai, és az ezekből meghatározott α, β szögek gyökei az (1.a)–(2.a) egyenletrendszernek. Tehát (5) a szükséges és elégséges feltétele annak, hogy legyen olyan x, y szögpár, melyre (1) és (2) teljesül, így (5)-öt fel kell tennünk, hogy a

$$t = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$$

kifejezés értékét meghatározhassuk.

Új változóinkkal t értéke (feltéve, hogy értelmezve van, azaz x és y olyan szögek, amelyeknek van tangensük):

$$t = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x\cos y + \cos x \sin y}{\cos x\cos y} =$$
$$= \frac{2\sin(x+y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)} = \frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha + \cos\beta}.$$

Láttuk, hogy ha $a = b = 0$, akkor $\cos\alpha$ értéke tetszőleges, azaz ebben az esetben (1) és (2) nem határozza meg egyértelműen t értékét. Mivel ekkor $t = 2\operatorname{tg}\alpha$, azért t értéke tetszőleges valós szám lehet, és az is lehet, hogy t nincs értelmezve.

Ha $a^2 + b^2 > 0$, akkor (4) szerint $\cos\beta \ne 0$, tehát bővíthetjük a t-re kapott törtet $\cos\beta$-val:

$$t = \frac{2\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta + \cos^2\beta}.$$

A vizsgált kifejezés akkor és csakis akkor van értelmezve, ha itt a nevező értéke nem 0. Ez a feltétel (4) és (2.a) alapján ekvivalens a

$$a^2 + b^2 + 2b \ne 0 \tag{6}$$

feltétellel. Ha ez teljesül, akkor

$$t = \frac{4a}{a^2 + b^2 + 2b}. \tag{7}$$

Tehát (1) és (2) csak akkor határozza meg egyértelműen $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$ értékét, ha $0 < a^2 + b^2 \le 4$, és teljesül (6), és ha ezek a feltételek teljesülnek, akkor (1) és (2) fennállása esetén $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$ egyenlő a (7) jobb oldalán álló kifejezéssel.