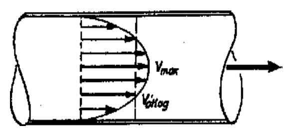
A Reynolds-számról szóló előző cikk nyomán kitűzött pályázatra (l. májusi számunkat) három igen szép pályamunka érkezett be. A problémakör roppant bonyolultságát és a viszonylag nehéz kísérleti technikát figyelembe véve ez értékes eredmény. Most a pályázók által végzett kísérletekből és azok eredményeiből kiindulva szeretnénk egy kicsit jobban behatolni a Reynolds-szám rejtelmeibe.

A pályázat tárgya a csőben áramló folyadék (ill. gáz) viselkedésének a tanulmányozása volt. Ez azért hálás téma, mert éppen a kísérletileg jól hozzáférhető tartományban következik be ugrásszerű változás az áramlás jellegében. A Reynolds-szám vizsgálata itt lényegében csak annyiból állt, hogy különböző, de geometriailag hasonló áramlások esetén meg kellett határozni a Reynolds-számot, és megállapítani, hogy a Reynolds-számot változtatva minden berendezésben valóban ugyanannál a kritikus értéknél csap-e át az áramlás laminárisból turbulensbe. A mérések során a „különböző kísérleti elrendezések” általában különböző átmérőjű csöveket jelentettek, az R változtatását pedig a sebesség változtatásával érték el.

Mielőtt rátérnénk a mérési eredmények ismertetésére, idézzük újra az emlékezetünkbe a Reynolds-szám definícióját:

$$R = \frac{\varrho v D}{\eta},$$

ahol ϱ az áramló folyadék (gáz) sűrűsége, η a viszkozitási együttható, v az áramlásra jellemző sebesség, D a berendezés jellegzetes mérete. Mit jelent a jellemző sebesség, ill. méret? Erre az első pillanatra triviálisnak látszó kérdésre nem is olyan egyszerű felelni. Gondoljuk csak meg, hogy például a lamináris áramlásnál, ahol a cső falától különböző távolságokra az ábrán látható ún. „parabolikus sebességprofil” adja meg az áramlási sebességet, a nullától egy bizonyos maximális sebességig minden sebesség előfordul.



Mondhatná valaki, hát akkor a maximális sebesség a jellemző sebesség. Ez bizony tényleg jellemző, csak éppen nem lehet (legalábbis nagyon nehéz) megmérni. Ezért egy közbülső sebességet, az átlagos áramlási sebességét választják a jellemző sebességnek. Könnyen lehet mérni is, mert csak azt kell meghatározni, hogy időegység alatt mennyi folyadék áramlik át a cső *teljes* keresztmetszetén.

A jellegzetes mérettel kapcsolatban általában jóval kisebb a probléma, de éppen a körkeresztmetszetű cső esetén van kétértelműség, egyesek a cső sugarát, mások pedig az átmérőjét tekintik jellegzetes méretnek. Ez azonban nem is lényeges, csak arra kell mindig vigyázni, hogy ha két Reynolds-számot hasonlítunk össze egymással, akkor azok pontosan ugyanúgy legyenek definiálva. Durván szólva azt lehet mondani, hogy azt vesszük jellegzetes sebességnek (méretnek), amit a legkönnyebb mérni. A pályázók az átmérőt használták, és azt tapasztalták, hogy 2200 és 2300 közötti R-nél történik a lamináris áramlásból a turbulensbe való átcsapás. (Az irodalomban az $R = 1160$-as értékkel is találkozhatunk, de figyelmesen elolvasva megállapíthatjuk, hogy ilyenkor a cső sugarát tekintik jellemző méretnek, és így már jó az egyezés.) Érdemes szó szerint idézni Besnyő János és Rideg József érdekes tapasztalatát: „Megfigyeltük, hogy $R = 2120$ körül az áramlás már a cső kis ütögetésénél turbulenssé vált. Az ütögetés abbahagyásával az áramvonal ismét kisimult. $R > 2320$ esetén viszont előfordult egy-egy pillanatra lamináris áramlás is.” E tények ismeretében finomítanunk kell a Reynolds-számra vonatkozó állításunkat is, vagyis a csövekben kétfajta áramlás lehetséges, amelyek közül a lamináris vagy a turbulens áramlás a stabilis áramlási forma aszerint, hogy az R értéke kisebb vagy nagyobb a kritikus értéknél.

A kritikus értékkel kapcsolatban újra lényeges azt megjegyezni, hogy a lamináris-turbulens átmenetre jellemző Reynolds-szám csak a geometriailag hasonló berendezésekben azonos, de ha nincs ilyen hasonlóság, akkor ez a legkülönbözőbb értékeknél következhet be. Például egy gondosan tervezett repülőgép szárnya körül még $R = 10^6$ esetén is gyakorlatilag lamináris az áramlás.

Most pedig azt szeretnénk megmutatni, hogyan lehet a Reynolds-számot egy törvény levezetésére felhasználni. Tegyük fel, hogy van egy olyan berendezésünk, amelyben tetszőleges η viszkozitású folyadékot $v = 1$ cm/s sebességgel laminárisan tudunk áramoltatni. Egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a folyadék sűrűsége $\varrho = 1$ g/cm^3. Helyezzünk az áramlásba $D = 1$ cm átmérőjű gömböt és mérjük meg, hogy mekkora erővel lehet azt egy helyben tartani. Azt tapasztaljuk, hogy ez az erő egyenesen arányos a viszkozitással, ami teljesen ésszerűnek látszik; hiszen a nagyobb belső súrlódású folyadék nagyobb erővel próbálja magával ragadni a gömböt. A pontos formula, ha az erőt dyn-ben, és az η-t poise-ban (g/cm · s) mérjük:

$$F = 3\pi \cdot \eta,$$

ahol $\pi = 3{,}14$. Itt és a továbbiakban a betűk csak puszta számokat jelentenek ha valamilyen fizikai mennyiségről van szó, akkor ezek mellé külön kiírjuk a dimenziót is. Ha a berendezésben $\eta_{\text{minta}}[\text{g/cm}\cdot\text{s}]$ viszkozitású folyadékot áramoltatunk, a Reynolds-szám:

$$R = \frac{1\left[\text{g/cm}^3\right] \cdot 1[\text{cm/s}] \cdot 1[\text{cm}]}{\eta_{\text{minta}}[\text{g/cm} \cdot \text{s}]},$$

amely definíciószerűen dimenziótlan.

Most képzeljünk el egy másik berendezést, amelyben $\eta[\mathrm{g/cm\cdot s}]$ viszkozitású, $\varrho\left[\mathrm{g/cm^3}\right]$ sűrűségű folyadék áramlik $v[\mathrm{cm/s}]$ sebességgel, és az áramlás útjába $D[\mathrm{cm}]$ átmérőjű gömböt helyezünk. Kérdés, most mekkora erővel lehet a gömböt rögzíteni? A Reynolds-szám ismeretében erre úgy felelhetünk, hogy a „mintaegységekben" (amelyekben $\varrho = 1$, $v = 1$, $D = 1$) mérve pontosan ugyanakkora erő hat a gömbre, mint az előzőleg leírt mintaberendezésben, ha abban

$$\eta_{\text{minta}} = \frac{1}{R_{\text{minta}}} = \frac{1}{R} = \frac{\eta}{\varrho v D}$$

viszkozitású folyadék áramlik. Tehát máris tudjuk az erő nagyságát:

$$F = 3\pi\frac{\eta}{\varrho v D}[\text{„dyn"}],$$

ahol azonban még a „dyn" mintaegységet ki kell fejezni a közönséges egységekkel. Mivel $1[\text{„cm"}] = D[\mathrm{cm}]$, $1[\text{„cm"}]/[\text{„s"}] = v[\mathrm{cm}]/[\mathrm{s}]$ és $1[\text{„g"}]/[\text{„cm"}]^3 = \varrho[\mathrm{g}]/[\mathrm{cm}]^3$, ezért $1[\text{„s"}] = \dfrac{D}{v}[\mathrm{s}]$ és $1[\text{„g"}] = \varrho D^3[\mathrm{g}]$. Tehát $1[\text{„dyn"}] = 1[\text{„g"}][\text{„cm"}]/[\text{„s"}]^2 = \varrho D^2 v^2[\mathrm{g}][\mathrm{cm}]/[\mathrm{s}]^2$. Ezt behelyettesítve:

$$F = 3\pi\eta v D[\mathrm{dyn}] = 6\pi\eta v r[\mathrm{dyn}],$$

ahol r a gömb sugara. Ez a híres Stokes-törvény. Vegyük észre, hogy bár az egységekkel elég sokat bajlódtunk, a mintaberendezésbeli erőtörvényen kívül semmit se használtunk fel. Éppen ebben rejlik a Reynolds-szám nagy jelentősége, hogy elegendő egyetlen berendezésben ismerni a különböző η-jú folyadékok viselkedését és akkor már ebből egyértelműen következik, hogy milyen az áramlás tetszőleges geometriailag hasonló berendezésben.

Végül a Stokes-törvénnyel kapcsolatban még csak annyit szeretnénk megjegyezni, hogy ez csak akkor igaz, ha $R < 0{,}1$, vagyis a mintaberendezésben csak akkor igaz, hogy $F = 3\pi\eta_{\text{minta}}$, ha $\eta_{\text{minta}} > 10$, ami annak felel meg, hogy a mintafolyadéknak valami igen nagy η-jú mézszerű anyagnak kell lennie, hiszen a közönséges víz esetén $\eta = 10^{-2}$. A dologban az a megdöbbentő, hogy kis r és v esetén vízzel is elérhető ilyen kis R, és ilyenkor a víz esetén ugyanolyanok lesznek a viszonyok, mint a mintaberendezésben a méz esetén. Persze a nagyobb R-ek azaz kisebb η_{minta}-k esetén a Stokes-törvénytől való eltérés nem befolyásolja az előző levezetés érvényességét, csupán az $F = 3\pi\eta$ mintatörvény helyébe lép egy bonyolultabb összefüggés. Vagyis az egyes törvények érvényességi körét is a Reynolds-szám szabja meg.