A verseny szervezetében a múlt évihez képest csak az volt a változás, hogy a II. fordulóban a szakosított tantervű matematika-fizikai osztályok tanulói megkülönböztetés nélkül vettek részt az általános tantervű osztályok versenyében. A február 27-én lefolyt I. fordulók alapján 146 kezdő és 162 haladó versenyzőt hívott be a versenybizottság a május 6-án tartott II. fordulóra. A versenyek feladatai a következők voltak.

I. forduló kezdők (legfeljebb I. osztályosok) **részére.** 1. 10 liter 80%-os alkoholhoz hány liter 10%-os alkoholt kell hozzáönteni, hogy a keverék alkoholtartalma 40% legyen?

2. Két párhuzamos egyenest egy harmadik egyenessel metszünk. Hány olyan pont van ezek síkjában, amely mindhárom egyenestől egyenlő távolságra van?

3. Írjunk számjegyeket az A, B, C betűk helyére úgy, hogy teljesüljön az

$$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{ABC}$$

egyenlőség. (Különböző betűk különböző számjegyeket jelentenek, és pl. $\overline{AB}$ azt a kétjegyű számot jelenti, melynek első jegye A, második jegye B.)

4. Határozzuk meg azt a legkisebb természetes számot, amelynek 1260-szorosa egy természetes szám harmadik hatványa.

5. Öt különböző méretű golyó közül három piros, egy fehér és egy zöld. Hányféleképpen helyezhetjük el őket egy sorban úgy, hogy piros golyók ne kerüljenek egymás mellé?

6. Milyen x értékre teljesül a következő egyenlőség?

$$\frac{1}{x-1}+2x-1=1+\frac{2x-x^2}{x-1}.$$

7. Egy kör az $ABCDEF$ hatszög mindegyik oldalát belülről érinti. Igazoljuk, hogy az oldalak hosszára teljesül a következő egyenlőség:

$$AB+CD+EF=BC+DE+FA.$$

8. Oldjuk meg grafikus módszerrel a következő egyenlőtlenséget:

$$x+2+\frac{1}{x-1}\leq 1.$$

9. Igazoljuk, hogy egy háromszög bármely két belső pontjának távolsága kisebb, mint a háromszög kerületének fele.

10. x munkás x nap alatt, napi x óra munkával x darab terméket gyárt. Hány terméket gyárt y munkás y nap alatt, napi y óra munkával?

11. Igazoljuk, hogy ha az a, b, c, d számokra

$$\frac{a+b}{b+c}=\frac{c+d}{a+d}$$

teljesül, akkor az

$$a=c \quad \text{és} \quad a+b+c+d=0$$

egyenlőségek közül legalább az egyik igaz.

12. Egy szabályos tetraéder éle 6 cm. Szerkesszük meg a szemközti élek felezőpontjának távolságát.

13. Adott a síkban egy ABC háromszög és egy P pont. Tekintsük mindazokat a PQR szabályos háromszögeket, melyeknek Q csúcsa az ABC háromszög belsejében van. Mi az R pontok mértani helye?

14. Egy falu lakosainak száma négyzetszám. Ha 100 új lakos telepednék le, akkor a lélekszám eggyel nagyobb lenne egy négyzetszámnál. Ha még 100 lakos költözne oda, akkor a lakók száma ismét négyzetszám lenne. Mennyi a falu lakossága?

15. Egy családban három fiúnak van fiatalabb testvére, és két fiúnak van idősebb testvére; két lánynak van idősebb testvére és egy lánynak van fiatalabb testvére. A gyermekek között nincsenek ikrek. Hány gyermek van a családban, és kor szerint hogyan következhetnek egymás után a fiúk és a lányok?

I. forduló, haladók részére. 1. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget:

$$\frac{x-3}{x-4}-1>\frac{x-1}{x-2}.$$

2. Az A, B, C és D négy olyan pont, hogy az ABC, ABD, ACD és BCD háromszögek mindegyike hegyesszögű. Bizonyítsuk be, hogy e négy pont nem lehet egy síkban.

3. Határozzuk meg azt a számot, amellyel 4373-at elosztva, maradékul 8-at kapunk, míg 826-ot elosztva vele, a maradék 7.

4. Bontsuk négy elsőfokú kifejezés szorzatára a következő kifejezést:

$$x^4 - 14x^2 + 9.$$

5. Egy egységsugarú körbe négyzetet írunk, majd a négyzet két szomszédos csúcsa körül a négyzet oldalával, mint sugárral, egy-egy további kört rajzolunk. Számítsuk ki a három kör közös részének a területét.

6. Egy $a = 2$ oldalú négyzet két szomszédos oldala, mint átmérő fölé befelé félköröket rajzolunk. Határozzuk meg az egyik félkört és a négyzet oldalát belülről érintő, a másik félkört kívülről érintő kör sugarát.

7. Két helyről egy-egy jármű indul egymással szemben egyenletes sebességgel. Ha az első jármű m perccel előbb indul, mint a második, akkor a második jármű indulása után t perccel találkoznak; ha viszont a második jármű indul n perccel előbb, mint az első, akkor az első jármű indulása után r perccel találkoznak. Hány perc múlva találkoznak, ha a két jármű egyszerre indul?

8. Igazoljuk, hogy bármely két, háromnál nagyobb prímszám négyzetének különbsége osztható 24-gyel.

9. Adott egy sík két egyenese és egy pontja. Szerkesszük meg azt a négyzetet, melynek középpontja az adott pont, és két szomszédos csúcsa egy-egy adott egyenesre esik.

10. Egy k kört tizenkét egyenlő részre osztunk, jelöljük az osztáspontokat A, B, C, D, E, $\ldots$-vel. Húzzuk meg az A pont körül az előbbivel egyenlő sugarú kört, majd az E pont körül a B ponton átmenő kört, és jelöljük e két körnek a k kör belsejébe eső metszéspontját M-mel. Messe az AM egyenes a k kört másodszor a P pontban, EM pedig a Q-ban. Bizonyítsuk be, hogy a rövidebbik PQ ívhez tartozó középponti szög $60°$.

11. Az x, y számokról tudjuk, hogy

$$3x + 4y = 47, \quad \text{és hogy} \quad x > y > 0.$$

Mekkora $x + y$?

12. Adott egy háromszög egyik oldala és ehhez az oldalhoz tartozó magassága. Ezenkívül tudjuk a háromszögről, hogy az említett oldal egyik végpontjából kiinduló szögfelezője merőleges az oldal másik végpontjából kiinduló súlyvonalra. Szerkesszük meg a háromszöget.

II. forduló, kezdők korcsoportja, általános tantervű osztályok részére. 1. Legyen n az 1-nél nagyobb természetes szám. Igazoljuk, hogy $2^{2^n} - 6$ osztható 10-zel.

2. Adott a k kör és benne az AD húr. A BC húr úgy mozog, hogy AD az ABC háromszög belső szögfelezője legyen. Milyen pályát ír le az ABC háromszög M magasságpontja?

3. Egy matematikai versenyen három feladatot tűztek ki. 56 versenyző volt, aki a feladatok közül legalább egyet megoldott, 2 versenyző mind a három feladatot megoldotta. Azok között, akik a másodikat megoldották, 10-zel többen oldották meg a harmadikat, mint az elsőt. Az elsőt és a másodikat is megoldó versenyzők 2-vel többen voltak, mint akik csupán a harmadikat oldották meg. Aki megoldotta az elsőt és a harmadikat is, az a másodikat is megoldotta. Azok, akik csak az első feladatot oldották meg, és akik csak a másodikat, összesen 14-en voltak.

Hány versenyző oldotta meg a harmadik feladatot?

II. forduló, kezdők korcsoportja, szakosított tantervű matematikai osztályok részére. 1. Azonos az általános tantervű osztályok 3. feladatával.

2. Egy szövőüzemben 11 szövőgép van. Egy kitűzött munkán p darab szövőgép q napig, majd q darab szövőgép p napig, végül $p + q$ darab szövőgép $p + q$ napig dolgozott, mire elkészültek. Ha $p + q + 2$ gép egyszerre dolgozhatna a munkán, akkor az a $p + q + 2$-dik napon készülne el.

Mennyi lehet $p + q$?

3. Az AB_1C_1 és AB_2C_2 háromszögek körüljárása ellentétes, $AB_1C_1\sphericalangle = AB_2C_2\sphericalangle = 90°$, és $B_1AC_1\sphericalangle = B_2AC_2\sphericalangle$. Jelöljük a C_1C_2 szakasz felezőpontját F-fel.

Igazoljuk, hogy a B_1B_2F háromszög egyenlő szárú.

II. forduló, haladók korcsoportja, általános tantervű osztályok részére. 1. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\frac{30}{x^2-2y+5}-\frac{64}{x^2+4y-6}=-2$$

$$\frac{45}{2y-x^2-5}-\frac{32}{x^2+4y-6}=-5.$$

2. Az adott s számú síkidom közül k számú kör, a többi négyzet. Az idomok közül p számú pirosra van festve, a többi zöld. A piros körök száma c.

Bizonyítsuk be, hogy

$$c^2+(k-c)^2+(p-c)^2+(s-k-p+c)^2\geq\frac{s^2}{4}.$$

3. Az AB_1C_1 és AB_2C_2 háromszögek derékszögűek, hasonlók és ellenkező körüljárásúak. A két háromszög A csúcsa egybeesik, a derékszög a B_1 és a B_2 csúcsnál fekszik. Kössük össze a C_1-et C_2-vel és jelöljük a C_1C_2 szakasz felezőpontját F-fel.

a) Bizonyítsuk be, hogy a B_1B_2F háromszög egyenlő szárú.

b) Mi a feltétele annak, hogy a B_1B_2F háromszög egyenlő oldalú legyen?

II. forduló, haladók korcsoportja, szakosított tantervű matematikai osztályok részére. 1. Határozzuk meg azokat a természetes számokat, amelyek egyenlők számjegyeik összegének négyzetével.

2. Egy konvex négyszög négy csúcsa A, B, C és D (a megadott sorrendben). Mi azon P pontok mértani helye, amelyekre nézve fennáll, hogy

$$(PAB)+(PCD)=(PBC)+(PDA)=\frac{(ABCD)}{2},$$

ahol a zárójelbe tett három, ill. négy betű a kérdéses pontok által kifeszített háromszög, ill. négyszög területét jelenti.

3. Adottak az $a_1,a_2,\ldots,a_{n+1}$ különböző természetes számok, melyek mindegyike kisebb, mint $2n$. Bizonyítandó, hogy az adott számok között akad két olyan szám, amelyek összege is az adott számok közé tartozik.

A versenyek eredménye

A) Kezdők versenyei

A.1. *Az általános tantervű osztályok* versenyzői közül mindhárom feladat hibátlan megoldásáért I. díjban, 350 Ft jutalomban részesült:

Füredi Zoltán (Budapest, Móricz Zs. Gimn., tanára: Némethy Katalin).

Az 1. feladatra adott két hibátlan megoldásáért, a 3. feladat hibátlan megoldásáért és a 2. feladat egyik részének megoldásáért, valamint kiemelkedően rendes, precíz munkájáért II. díjban, 300 Ft jutalomban részesült

Horváth László (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn., T.: Szabó Imre).

Az 1. és a 3. feladat megoldásáért és a 2. feladat egyik részének megoldásáért III. díjban, 250 Ft jutalomban részesült

Győri Ervin (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., T.: Gál József).

A 2. és a 3. feladatra adott hibátlan megoldásáért első dicséretben és 70 Ft-os könyvutalványban részesült

Barabás Géza (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., T.: Dékány Józsefné).

Az 1. és a 3. feladatra adott teljes és a 2. feladatra adott értékes részmegoldásukért ugyancsak első dicséretben és 70–70 Ft-os könyvutalványban részesültek (betűrendben): *Éber Nándor* (Bp., Móricz Zs. Gimn., T.: Némethy Katalin), *Gábor Imre* (Székesfehérvár, Teleki B. Gimn., T.: Láng Hugó), *Porubszky Tamás* (Bp., Piarista Gimn., T.: Szabó István), *Szabó Zoltán* (Bp., ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., T.: Somossy János).

További nyolc tanuló eredményes munkájáért második dicséretben, oklevélben részesült (betűrendben): *Biró András* (Bp., ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., T.: Dékány Józsefné), *Borkó Rezső* (Szolnok, Verseghy F. Gimn., T.: Rédl László), *Gáspár Gyula* (Miskolc, Herman O. Gimn., T.: Bán Istvánné), *Hegyi Ferenc* (Székesfehérvár, Teleki B. Gimn., T.: Láng Hugó), *Horváth Péter* (Bp., Piarista Gimn., T.: Terényi Lajos), *Kollár István* (Bp., Móricz Zs. Gimn., T.: Beiczer Ödön), *Nagy Bertalan* (Nyíregyháza, Vasvári P. Gimn., T.: Filep László), *Szeredi János* (Bp., II. Rákóczi F. Gimn., T.: Lugossy Margit).

A.2. *A szakosított tantervű matematikai osztályok* versenyén mindhárom feladatot kiemelkedően megoldotta, I. díjban, 350 Ft jutalomban részesült:

Wittmann Imre (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., tanárai: Kirschner Andrásné és Reményi Gusztáv).

Mindhárom feladatot lényegében véve megoldotta (csupán az ellenőrzés egy ízben való elmulasztása jelent hiányt munkájában), II. díjban, 300 Ft jutalomban részesült:

Gál Péter (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., T.: Kirschner Andrásné és Kőváry Károly).

Mindhárom feladatot lényegében megoldotta (de két ízben elmulasztotta az ellenőrzést), III. díjban, 250 Ft jutalomban részesült:

Pressing Lajos (Veszprém, Lovassy L. Gimn., T.: Takács József és Tomor Benedek).

Külön említést érdemel, hogy mind a II., mind a III. helyezett szép megoldást adott a 3. feladatra.

Kisebb hiányokkal oldották meg a feladatokat, első dicséretben és 100–100 Ft-os könyvutalványban részesültek: *Hangya László* és *Tuza Zsolt* (mindkettő: Fazekas, T.: Kirschnerné, Reményi).

Színvonalas munkájukért (két feladatnak teljes, vagy pedig egy feladatnak teljes és kettőnek részleges megoldásáért) második dicséretben, oklevélben részesültek: *Berényi Péter* (Bp., Fazekas, T.: Kirschnerné, Kőváry), *Papp Gyula* (Debrecen, Fazekas M. Gimn., T.: Füle Mihályné és Kántor Sándorné), *Reiczigel Jenő* (Bp., Fazekas, Kirschnerné, Reményi). A versenybizottság különösen értékesnek találta *Papp Gyulá*nak a 2. feladatra adott megoldását.

B) Haladók versenyei

B.1. *Az általános tantervű osztályok* versenyén mindhárom feladat teljes megoldásáért, valamint a 2. és a 3. feladatra adott kiegészítő megjegyzéséért I. díjat, 350 Ft jutalmat nyert

Szendrei Ágnes (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., tanára: Hajnal Imre).

Az 1. és a 3. feladatra teljes megoldást adott és a 2. feladatot kisebb hiányossággal oldotta meg a következő öt versenyző; második díjat, 250–250 Ft jutalmat nyertek:

Farkas Gábor (Budapest, Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklósné),

Laczkó István (Tatabánya, Árpád Gimn., T.: Várnagy Istvánné),

Beke-Martos Gábor (Budapest, I. István Gimn., T.: Rácz János),

Engedi Antal (Makó, József A. Gimn., T.: Szentpéteri Imréné),

Zolna Antal (Budapest, Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklósné).

Az 1. és a 2. feladat, valamint a 3. feladat első részének teljes megoldásáért III. díjat, 150 Ft jutalmat kapott

Czédli Gábor (Baja, III. Béla Gimn., T.: Hegedűs József).

Két feladat teljes megoldásáért és a 3. feladatban elért részeredményért első dicséretet és oklevelet kapott (betűrendben): *Angster Erzsébet* (Pécs, Nagy Lajos Gimn„ T.: Póda Béla), *Borbás Zoltán* (Szeged, Építőip. Szakközépisk., T.: Török Tibor), *Göndőcs Ferenc* (Győr, Révai M. Gimn., T.: Zsebők Ottó), *Hangos Katalin* (Bp., Móricz Zs. Gimn., T.: Némethy Katalin), *Hollósy Gábor* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., T.: Szakál Péter), *Kemenes Balázs* (Bp., Könyves Kálmán Gimn., T.: Strini Lajos), *Lénárt László* (Bp., Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklósné), *Péter Erika* (Dombóvár, Gőgös L Gimn., T.: Újváry Erzsébet), *Schuller József* (Szolnok, Verseghy F. Gimn., T.: Paták Kálmán), *Varsányi István* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., T.: Dallos Gyula), *Véner Péter* (Bp., Kaffka M. Gimn., T.: Jánosi Ilona).

Két feladat lényegében helyes megoldásáért, vagy ezzel egyenértékű teljesítményért második dicséretet és oklevelet kapott (betűrendben): *Bándi Károly* (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn., T.: Bajnok Zoltán), *Bluszt Ernő* (Bp., Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklós, né), *Bolla József* (Bp., Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklósné), *Budai László* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., T.: Kiss Zoltán), *Daróczy Dezső* (Bp., Petőfi S. Gimn., T.: dr. Prutek György), *Dávid Gyula* (Bp., József A. Gimn., T.: dr. Balassa Lórántné), *Deák Ottó* (Balassagyarmat, Balassi B. Gimn., T.: Kovács Gábor), *Dezső Pál* (Bp., Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklósné), *Fótos Bálint* (Törökszentmiklós, Bercsényi M. Gimn., T.: Tóth Sándorné), *Frankl Péter* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., T.: Kiss Zoltán), *Garay Barnabás* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., T.: Szakál Péter), *Góg János* (Bp., Móricz Zs. Gimn., T.: Némethy Katalin), *Iglói Ferenc* (Szeged, Radnóti M. Gimn., T.: Simon Sándor), *Jandek Ernő* (Nyíregyháza, Vasvári P. Gimn., T.: Filep László), *Kamarás Katalin* (Bp., ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., T.: Sugár György), *Katona Endre* (Szeged, Radnóti M. Gimn., T.: Simon Sándor), *Kenyeres Sándor* (Bp., Berzsenyi D. Gimn., T.: Kálmán Ferenc), *Keresztes Tibor* (Bp., ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., T.:. Sugár György), *Kilár Ferenc* (Pécs, Nagy Lajos Gimn., T.: Póda Béla), *Losonczki István* (Nyíregyháza, Vasvári P. Gimn., T.: Filep László), *Mosó Tamás* (Bp., Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklósné), *Nagy Olga* (Bp., ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., T:: Sugár György), *Nagy Zoltán* (Bp., Piarista Gimn., T.: Varga László), *Palotás István* (Székesfehérvár, Teleki B. Gimn., T.: Gál Szilveszter), *Pásztor Miklós* (Bp., ELTE Ságvári E. Gyak. Gimn., T.: Ries Ferenc), *Poór Zsolt* (Bátaszék, Gimn., T.: Kappelmayer Mátyás), *Sánta Imre* (Szeged, Radnóti M. Gimn., T.: Simon Sándor), *Scheffer Béla* (Bp., ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., T.:. Sugár György), *Simonyi Gyula* (Székesfehérvár, Teleki B. Gimn., T.: Gál Szilveszter), *Szendrei Mária* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., T.: Hajnal Imre), *Szepesi László* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., T.: Szakál Péter), *Tichy-Rács Ádám* (Bp., Eötvös J. Gimn., T.: Nagy Miklósné).

B.2. *A szakosított tantervű matematikai osztályok* versenyén mindhárom feladat lényegében helyes megoldásáért első díjat, 350 Ft jutalmat kapott

Ruzsa Imre (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., tanára: Kőváry Károly).

Az 1. és a 3. feladat teljes megoldásáért és a 2.-ban elért részeredményéért II. díjat, 250 Ft jutalmat nyert

Bajmóczy Ervin (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., T.: Kőváry Károly).

Két versenyző az eddigieknél több hiányossággal, mégis mindhárom feladatra lényegében helyes megoldást adott, és ezért III. Díjban, 150–150 Ft jutalomban részesült:

Lukács Péter és *Nagy András* (mindketten Bpest, Fazekas M. Gyak. Gimn., tanáruk Kőváry Károly).

Két feladat lényegében helyes megoldásáért vagy ezzel egyenlő értékű teljesítményért első dicséretben részesült és oklevelet kapott: *Bosznay Ádám* (Fazekas, T.: Kőváry), *Komjáth Péter* (Fazekas, T.: Kőváry), *Köveshegyi László*

(Fazekas, T.: Kőváry), *Lázár András* (Fazekas, T.: Kőváry), *Martoni Viktor* (Veszprém, Lovassy L, Gimn., T.: Knoll János), *Máté András* (Bp., I. István Gimn., T.: Rácz János, Jelitai A., Móró Károly, Mikite Gyuláné), *Úry László* (Bp., Berzsenyi D. Gimn., T.: Bánhegyi László),

Két feladatban elért részeredményéért második dicséretben részesült és oklevelet kapott: *Akar László* (Fazekas, T.: Kőváry), *Cseresnyés Mária* (Fazekas, T.: Kőváry), *Héja Gábor* (Fazekas, T.: Kőváry), *Konrád Klára* (Fazekas, T.: Kőváry), *Sváb János* (Bp., Berzsenyi D. Gimn., T.: Bánhegyi László), *Schmidt Ferenc* (Miskolc, Földes F. Gimn., T.: Pirkó Béla), *Szalontai Árpád* (Bp., Berzsenyi D. Gimn., T.: Bánhegyi László, Ratkó István, Matavovszki Tibor).

Kimutatás a versenyek II. fordulójába bejutott versenyzők számáról államigazgatási egységek szerint. Megyék: Bács-Kiskun: 4 kezdő, 4 haladó (röviden 4, 4); Baranya: 1, 1; Békés: 0, 2; Borsod-Abaúj-Zemplén: 2, 0; Csongrád: 3, 2; Fejér: 12, 3; Győr-Sopron: 4, 9; Hajdú-Bihar: 0, 0; Heves: 6, 1; Komárom: 2, 4; Nógrád: 2, 2; Pest: 3, 2; Somogy: 1, 3; Szabolcs-Szatmár: 2, 4; Szolnok: 2, 6; Tolna: 2, 2; Vas: 0, 2; Veszprém: 1, 4; Zala: 1, 2. – Városok: Budapest: 80, 90 (ebben spec. oszt.: 23, 49), Debrecen: 6, 5 (spec. 3, 2), Miskolc: 5, 4 (spec. 4, 3), Pécs: 4, 3; Szeged: 3, 7. – Összesen 146, 162 (spec. 30, 54).