

A verseny szervezésében a múlt évihez képest egyrészt az volt a változás, hogy az I. fordulóból a II.-ba 8 feladat közül tetszés szerint választottak megoldásával szerzett pontjaik alapján juthattak tovább a versenyzők, általános és szakosított tanterv szerint tanulók egyaránt – az utóbbiak esetében azonban természetesen nagyobb volt a szükséges minimális pontszám –, másrészt, hogy a II. fordulóban a szakosított tantervű matematika-fizikai osztályok megkülönböztetés nélkül vettek részt az általános tantervű osztályok versenyében. A február 11-én tartott I. forduló alapján 260 versenyző kapott behívót az április 16-án tartott II. fordulóra, közülük 91 volt valamelyik szakosított matematikai osztály tanulója.

A versenyek tételei a következők voltak.

**I. forduló.** 1. Fejezzük ki  $a$ -val az

$$y = \sqrt{x-3} + \sqrt{x-7}$$

kifejezést, ha

$$x = \frac{a^4 + 20a^2 + 16}{4a^2}, \quad \text{és} \quad 0 < a \leq 2.$$

2. Egy háromszög oldalai  $a$ ,  $b$  és  $c$ , területe  $t$ , továbbá fennáll a következő összefüggés:

$$(a + b + c)(a + b - c) = 4t.$$

Bizonyítsuk be, hogy a háromszög derékszögű.

3. Bizonyítsuk be, hogy ha az  $a$  és  $b$  számok egyike sem negatív, akkor  $a^3 - 3ab^2 + 2b^3$  sem negatív.

4. Bizonyítsuk be, hogy  $2^{2n} + 15n - 1$  osztható 9-cel, bármilyen természetes szám is  $n$ .

5. Adott a síkon két egymást metsző egyenes. Bizonyítandó, hogy azoknak a pontoknak mértani helye (a síkon), amelyekre nézve a két egyenestől mért távolságok négyzetösszege egy adott pozitív számmal egyenlő, ellipszis.

6. Egy síklapú, hétcsúcsú konvex test egyik lapja a 12 cm oldalú  $ABCD$  négyzet, egy másik lapja a négyzettel párhuzamos síkban fekvő  $EFG$  szabályos háromszög. E háromszög  $E$  csúcsának a merőleges vetülete a négyzet síkján egybeesik  $A$ -val, az  $F$  és a  $G$  vetülete pedig a  $BC$ , ill.  $CD$  oldalon van,  $C$ -től egyenlő távolságra. A testnek van még egy szabályos háromszög lapja. Mekkora az  $ABCD$  és  $EFG$  lapok távolsága?

7. Legyen  $x_1$  pozitív, 1-nél kisebb szám. Ebből kiindulva képezzük az

$$x_{k+1} = x_k - x_k^2 \quad (k = 1, 2, \dots)$$

előírással meghatározott sorozatot. Mutassuk meg, hogy  $n$  bármekkora,

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 1.$$

8. Az  $ABC$  háromszögben az  $A$  és a  $B$  csúcsból induló súlyvonalak merőlegesek egymásra. Bizonyítsuk be, hogy e háromszög  $C$  csúcsánál fekvő  $\gamma$  szög

$$\cos \gamma = \frac{4}{5}.$$

**II. forduló, általános tantervű osztályok részére.** 1. Adott a síkban két kör. Mutassuk meg, hogy ha elhelyezhető egy rombusz úgy, hogy egyik átlójának a végpontjai az egyik körön legyenek, a másiké a másik körön, akkor végtelen sok ilyen helyzetű rombusz van, és ezek oldalai mind egyenlők.

Szerkesszünk így elhelyezkedő négyzetet.

2. Legyen  $n$  adott természetes szám. Válasszuk meg a  $k$  és  $l$  nem negatív egészeket úgy, hogy összegük  $n$ -től különböző természetes szám legyen, továbbá

$$\frac{k}{k+l} + \frac{n-k}{n-(k+l)}$$

a lehető legnagyobb legyen!

3. Mutassuk meg, hogy a

$$\sin x + \sin(x\sqrt{2})$$

függvény nem periodikus. – (Periodikusnak mondjuk az  $f$  függvényt  $p$  periódussal, ha minden  $x$ -re  $f(x+p) = f(x)$ .)

**II. forduló, a szakosított tantervű osztályok részére.** 1. Az  $ABCD$  síkbeli négyszög  $A$  csúcsának  $B$ -re,  $B$ -nek  $C$ -re,  $C$ -nek  $D$ -re és  $D$ -nek  $A$ -ra vonatkozó tükörképét jelöljük rendre  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$ -gyel. Szerkesszük meg az  $ABCD$  négyszöget, ha adott az  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  és  $D_1$  pont.

2. Azonos az általános tantervű osztályok 2. feladatával.

3. Válasszuk meg az  $a$ ,  $b$ ,  $c$  valós együtthatókat úgy, hogy az

$$ax^2 + bx + c$$

polinom minden  $-1$  és  $1$  közötti  $x$ -re  $-1$  és  $1$  közé eső értéket vegyen fel és

$$\frac{8}{3}a^2 + 2b^2$$

(ami egyébként a polinom deriváltja négyzetének a  $-1$ ,  $1$  intervallumon vett határozott integrálja) a lehető legnagyobb legyen.

## A versenyek eredménye<sup>1</sup>

A Művelődésügyi Minisztérium a versenybizottság javaslatára a következő döntést hozta:

### A) Az általános tantervű osztályok versenyében

I. díjat nyert: *Fiala Tibor* (Budapest, II. Rákóczi Ferenc Gimnázium, IV. o. t., T.: Vigassy György).

II. díjat nyert: *Gegesy Ferenc* (Budapest, Móricz Zsigmond Gimnázium, IV. o. t., T.: Némethy Katalin).

III. díjat nyert: *Lempert László* (Budapest, ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Gimnáziuma, III. o. t., T.: Cserepkei Ferenc).

További helyezettek, dicséretben és könyvjutalomban részesültek:

4. *Ésik Zoltán* (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., IV., T.: Hajnal Imre), 5. *Győry György* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III., T.: Vikár István), 6. *Andor László* (Budapest, II. Rákóczi F. Gimn., IV., T.: Vigassy György), 7-8. *Baintner László* (Budapest, Teleki Blanka Gimn., III., T.: Dr. Lévárdi László), 7-8. *Váradi József* (Budapest, ELTE Ságvári E. Gyak. Gimn., IV., T.: Reményi Gusztávné), 9. *Lőrincz András* (Budapest, Kölcsey F. Gimn., IV., T.: Hidvégi Imre, Szandi Erika) és 10. *Horváth András* (Budapest, Ady E. Gimn., IV., T.: Lágler Károlyné).

Dicséretben és könyvjutalomban részesültek: 11. *Szente János* (Pécs, Széchenyi I. Gimn., III., T.: Tóth Júlia), 12. *Kocsis Ferenc* (Budapest, Eötvös J. Gimn., IV., T.: Imrecze Zoltán), 13. *Krasznai András* (Gyöngyös, Vak Bottyán Gimn., IV., T.: Rónai Kálmán, Semegi Gyula), 14. *Báthor Miklós* (Szolnok, Szamuely T. Gépip. Techn., III., T.: Nagy Imre), 15. *Inczédy Sarolta* (Vác, Sztáron S. Gimn., III., T.: Molnár Sándorné), 16. *László István* (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn., IV., T.: Pulay Csaba).

Dicséretben részesült a következő 26 versenyző (betűrendben felsorolva): *Chikán Bálint* (Eger, Gárdonyi G. Gimn., III., T.: Szombathy Miklós), *Dunai Ferenc* (Budapest, Eötvös J. Gimn., IV., T.: Imrecze Zoltán), *Farkas László* (Miskolc, Földen F. Gimn., IV., T.: Pirkó Béla), *Fazekas Béla* (Pannonhalma, Bencés Gimn., IV., T.: Molnár Marcián), *Fialovszky Alice* (Budapest, Patrona Hungariae Gimn., IV., T.: Dr. Kiss László), *Gerhardt Tamás* (Budapest, Kaffka M. Gimn., III.), *Gulyás András* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV., T.: Nagy Jánosné), *Kádár Róbert* (Budapest, Eötvös J. Gimn., III., T.: Imrecze Zoltán), *Kérchy László* (Baja, III. Béla Gimn., III., T.: Hegedűs József), *Keresztúri András* (Budapest, Eötvös J. Gimn., III., T.: Imrecze Zoltán), *Korpássy Péter* (Budapest, Eötvös J. Gimn., IV., T.: Imrecze Zoltán), *Lintner Ferenc* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV., T.: Sain Márton), *Ludvig László* (Budapest, Leövey K. Gimn., IV., T.: Dr. Auer Kálmánné), *Maróti Péter* (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., IV., T.: Hajnal Imre), *Megyési Áron* (Budapest, Körösi Csoma S. Gimn., IV., T.: Kozma Péter, Bankó Erzsébet), *Nagy László* (Eger, Dobó I. Gimn., III. T.: Bérczes László), *B. Nagy Péter* (Budapest, Landler J. Gépip. Techn., III., T.: Tóth Béláné), *Radó Péter* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., IV., T.: Herczeg János), *Stachó László* (Pécs, Nagy Lajos Gimn., IV.), *Süttő Klára* (Budapest, ELTE Ságvári E. Gyak. Gimn., IV., T.: Reményi Gusztávné), *Szabó György* (Nyíregyháza, Vasvári P. Gimn., III., T.: Filep László), *Taracsák Gábor* (Cegléd, Kossuth L. Gimn., IV., T.: Ádám Mária), *Tél Tamás* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV., T.: Nagy Jánosné), *Tölgyesi Ernő* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., IV., T.: Heigl István), *Vadász István* (Sopron, Martos F. Gimn., III., T.: Ökrös Irén), *Weller János* (Bonyhád, Perezel M. Közg. Szakközépisk., III., T.: Oláh Mária).

### B) A szakosított tantervű matematikai osztályok versenyében

I. díjat nyert: *Csirmaz László* (Budapest, I. István Gimnázium, IV. o. t., T.: Rácz János, Jelitai Árpád).

II. díjat nyert: *Pintz János* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimnázium, IV. o. t., T.: Reményi Gusztáv, Ada-Winter Péter).

III. díjat nyert: *Pataki István* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimnázium, IV. o. t.).

További helyezettek, dicséretben és könyvjutalomban részesültek:

4. *Barbarits András* (I. István, III., T.: Jelitai Árpád, Rácz János), 5. *Borzsák Péter* (I. István, III.), 6. *Somorjai Gábor* (I. István, III.), 7. *Somogyi Árpád* (Fazekas, IV.), 8. *Soós Miklós* (Fazekas, IV.), 9. *Gönczi István* (Miskolc, Földes F. Gimn., III., T.: Dr. Csernyák Lászlóné), 10. *Nárai László* (Budapest, Fazekas, IV.).

<sup>1</sup> A tanuló adatai után szaktanára nevét is közöljük, amennyiben azt az iskola felkérésünkre közölte.

Dicséretben és könyvjutalomban részesültek: 11. *Hárs László* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., IV., T.: Bánhegyi László, Matavovszky Tibor), 12. *Próhla Tamás* (Budapest, Fazekas, III., T.: Thiry Imréné, Kardos Gyula, Ada-Winter Péter).

Dicséretben részesült a következő 9 versenyző (betűrendben felsorolva): *Csobádi Péter* (Berzsenyi, IV.), *Faragó László* (Fazekas, IV.), *Ferencz László* (Fazekas, IV.), *Győry Jenő* (Berzsenyi, III., T.: Ratkó István, Pogáts Ferenc), *Kóczy László* (Fazekas,) *Missik Éva* (Berzsenyi, IV.), *Nagy Ferenc* (I. István, III.), *Soltész János* (Fazekas,) *Váli László* (I. István, III.).

**Kimutatás** a versenyek II. fordulójába bejutott versenyzők számáról államigazgatási egységek szerint. Megyék: Bács-Kiskun: 7; Baranya: 4; Békés: 0; Borsod-Abaúj-Zemplén: 5; Csongrád: 3; Fejér: 9; Győr-Sopron: 11; Hajdú-Bihar: 0; Heves: 7; Komárom: 0; Nógrád: 0; Pest: 2; Somogy: 4; Szabolcs-Szatmár: 2; Szolnok: 2; Tolna: 4; Vas: 3; Veszprém: 5; Zala: 0. – Városok: Budapest: 170 (ebben spec. oszt.: 86); Debrecen: 4 (spec. 2); Miskolc: 8 (spec. 3); Pécs: 4; Szeged: 6. – Összesen 260 (spec. 91).