

A sorozat tagjai helyett elég fölírni a 13-mal való osztásban fellépő *legkisebb, nem-negatív* maradékukat. Ezekben olyan szabályszerűséget várunk, ami a 4-es maradék föllépését kizárja, legegyszerűbb ilyen volna két egymásutáni tag ismétlődése, hiszen innen kezdve minden további maradék ismétlődik.

Valóban, az a_{29} és a_{30} tagok maradéka rendre megegyezik a_1 és a_2 maradékával, másrészt addig nem lép föl 4-es maradék – és 6, 7, 9 sem –, ennél fogva azután sem léphet föl. Jó áttekintés érdekében a maradékokat 7-esével soroljuk fel:

1,	1,	2,	3,	5,	8,	0,
8,	8,	3,	11,	1,	12,	0,
12,	12,	11,	10,	8,	5,	0,
5,	5,	10,	2,	12,	1,	0,
1,	1,	...				

Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.

Láng István (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A maradékismétlődés tényét így is mondhatjuk: $a_{k+28} - a_k$ osztható 13-mal. Sőt igaz az is, hogy $a_k + a_{k+14}$ osztható 13-mal, hiszen az egymás alatt-fölött 2 sorral álló maradékpárok összege 13, ill. 0.

Az utóbbi tényt észrevehettük volna úgy is, ha mindig az osztások *legkisebb abszolút értékű* maradékát írtuk volna fel. Így a_{15} -re és a_{16} -ra egyaránt -1 -et kaptunk volna, a_1 és a_2 maradékának (-1) -szeresét, ebből már következnek ennek a tulajdonságnak a periódikus volta, 14-es periódussal, tehát $2 \cdot 14$ -es periódussal a $(-1)^2 = 1$ -szeresnek, magának a maradéknak a megismétlődése.