Egyenleteinket 0-ra redukálva, ismert azonosságok alapján

$$(1') \qquad 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}-\left(2\cos^2\frac{x+y}{2}-1\right)=$$
$$=2\cos\frac{x+y}{2}\left(\cos\frac{x-y}{2}-\cos\frac{x+y}{2}\right)+1=0,$$

$$(2') \qquad 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}-2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x+y}{2}=$$
$$=2\sin\frac{x+y}{2}\left(\cos\frac{x-y}{2}-\cos\frac{x+y}{2}\right)=0.$$

Ha itt a második tényező volna 0, akkor $(1')$ nem teljesülhetne, így csak azt az esetet kell tekintenünk, ha az első tényező tűnik el:

$$(3) \qquad \sin\frac{x+y}{2}=0, \quad \frac{x+y}{2}=k\cdot\pi, \quad x+y=k\cdot 2\pi, \quad y=k\cdot 2\pi-x.$$

Ha (3) teljesül, akkor (2) mindkét oldalán 0 áll, (1) pedig így alakul

$$2\cos\ x=1,$$

ugyanis $\cos y=\cos(-x)=\cos x$. Innen

$$\cos x=\frac{1}{2}, \quad x=\pm\frac{\pi}{3}+2m\pi \quad (m \text{ egész}),$$

és (3) alapján

$$y=\mp\frac{\pi}{3}+2n\pi \quad (n \text{ egész}).$$

Mindenütt ekvivalens átalakításokat végeztünk, ezért a gyökök kipróbálására nincs szükség.

Poór Zsolt (Bátaszék, Gimn., IV. o. t.)