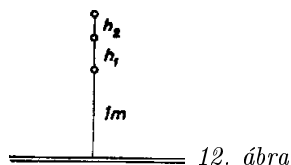


## Hatásfok

Az alábbiakban meggyőződhetünk arról, hogy nemcsak a gépeknél, a versenyzőknél is fontos, hogy a befektetett munkából minél több váljék „hasznossá”. A sífutónál is ezt láttuk, közvetve. A hatásfokot úgy javította, hogy olyan erőforrást is bekapcsolt a munkavégzésbe, amely egyébként kihasználatlanul maradt volna.



12. ábra

Közvetlenül érvényesül ez az elv a magasugrásnál. Ha valaki helyből ugrik magasat, súlypontját nem tudja 1 m-ről pl. 2 m-re felvinni, mégis igen sok olyan magasugró van a világon, aki átugrotta ezt a magasságot. Nyilvánvaló, hogy nagy jelentősége van az ugrást megelőző nekifutásnak (roham) is. Jelöljük  $h_1$ -gyel a súlypontnak azt a szintváltozását, amelyet rugalmasságánál fogva, és  $h_2$ -vel azt a szintváltozást, amit ezen felül, a nekifutás segítségével ér el a versenyző (12. ábra). Ha  $v_1$ -gyel jelöljük a nekifutás sebességét,  $v_2$ -vel pedig a fellendülés után megmaradó vízszintes irányú sebességösszetevőt, a mozgási energia változása

$$E'_m = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}.$$

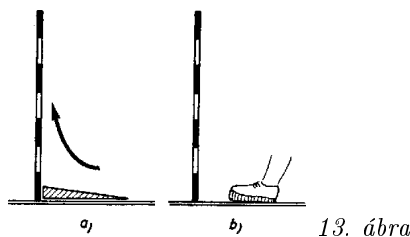
Ez a „befektetett” munka s ennek egy része alakul át  $E_h = mg \cdot h_2$  „hasznos” munkává. A hatásfok

$$\eta = \frac{mgh_2}{\frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2)} = \frac{2gh_2}{v_1^2 - v_2^2}.$$

$h_2 = 0,4$  m,  $v_1 = 8$  m/s,  $v_2 = 2$  m/s esetén  $\eta = 13\%$ .

Már a távolugrásnál láttuk, hogy a nekifutás sebességének növelése az elrugaskodás sebességének csökkenésével jár. Magasugrásnál a hatásfok javítása tehát nem feltétlenül a nekifutás sebességének fokozásával érhető el. Sokkal hatásosabb, ha a vízszintes irányú sebességet a láb kitámasztásával minél nagyobb függőleges irányú sebességgé változtatjuk. (Ennek módja a „technika.”)

Ha az elugrás helyén a talaj nem vízszintes lenne, hanem ferdén emelkedő, ez az átalakulás természetesen kisebb töréssel valósulna meg, jobb lenne a hatásfok (13. a ábra).



13. ábra

A versenyszabályok ezt nem engedik meg (nem lehet dobogóról elugrani), de megengedték (legalább is egy ideig) az emelt talpú cipő (13. b ábra) használatát, ami a talaj „mesterséges” fokozatos emelkedését jelentette.

Egészen különleges módon jelentkezik a hatásfok a súlylökő eredményességének lemerésénél. Tudott, hogy gépeink hatásfoka a fordulatszám függvénye: meghatározott sebességnél optimális. Ez sportnyelvre átfogalmazva szinte szóról-szóra ugyanaz a súlylökő esetében is, és a szakemberek hasznosítják is ezt a mechanikai analógiát. A szellemes elgondolás magyar szakemberektől ered!

A III. táblázat két súlylökő különböző tömegű súlygolyóval végzett dobásainak távolságát ( $x$ ), a belőlük meghatározható kezdősebesség és a dobás közben végzett munka értékeit tartalmazza. A munka kiszámítása az  $L = mv_0^2/2 + mgh$  összefüggés alapján történhet. Itt  $v_0$  a kezdősebesség,  $h$  pedig a magasságkülönbség, amely a kidobás kezdő- és végpontja között jön létre. A munkavégzés tehát gyorsító- és emelési munka összegeként adódik.

### III. sz. táblázat

„X” dobó

$m$ (kg)	$x$ (m)	$v_0$ (m/s)	$L$ (joule)
6	21,00	13,58	582,9
7,26	18,50	12,65	616,8
9	14,90	11,19	607,5
10	13,50	10,57	607,5

„Y” dobó

6	18,50	12,65	509,7
7,26	17,20	12,15	512,0
12	12,50	10,10	670,8

$(g = 9,8 \text{ m/s}, T = 2,3 \text{ m}, h = 0,5 \text{ m})$

Mit olvashat ki a szakember a mért és a számított eredményekből?

„X” dobónál a végzett munka a versenyen használatos 7,26 kg tömegű golyóval végzett dobásnál a legnagyobb. Ez azt jelenti, hogy a dobó ebben az esetben éri el a legnagyobb hatásfokot, felkészülésében helyes úton jár.

Másként alakult a dolog „Y” versenyzőnél. Itt a legnagyobb tömegű golyóval végzett dobásnál maximális a munkavégzés. Mivel nincs arra mód, hogy olyan versenyen induljon, ahol ekkora tömeget kell lökni, nem az erejét kell fejleszteni, növelni, hanem a kidobás (lökés) módját kell tökéletesíteni („technika”).

Ezek után nyilvánvaló, hogy ha egy versenyzőnél azt tapasztalják, hogy a legnagyobb munkát a versenyeken használnál kisebb tömegű (pl. 6 kg) golyóval fejt ki, nem az ügyességét kell fokoznia, hanem az erejét.

### Közegellenállás és munka

A sífutónál nem tettünk említést a súrlódás mellett a közegellenállásról (a számítási résznél!), pedig az a mozgások nagy részénél (így pl. a síugrásnál is) szerepet játszik. És most, utólag sem jelent problémát, mert a közegellenállás az eredményeket befolyásolja ugyan, de azért eddigi megállapításaink lényegében igazak maradnak.

Vizsgáljuk meg egy sífutó esetében a közegellenállás jelentőségét!

P. Nurmi, a legendás hírű finn hosszútávfutó versenyórával a kezében futott, így érte el, hogy egy-egy „kört” (400 m) tizedmásodpercenyi pontossággal azonos idő alatt tett meg. Vajon előnyös-e (kevesebb munkavégzés szükséges-e), ha a futó a versenytávot egyenletes sebességgel futja végig?

Legyen a megteendő távolság  $2l$ , az az idő, amellyel egyenletes sebességgel futja végig a távot  $t$ , akkor ez a sebesség  $2l/t$ . Fussa ugyanez az atléta a táv ( $l$ ) felét  $\frac{t-x}{2}$ , a másik felét  $\frac{t+x}{2}$  idő alatt, az egyes szakaszokat egyenletes sebességgel. A teljes távot így  $\frac{t-x}{2} + \frac{t+x}{2} = t$  változatlan idő alatt futja le.

A közegellenállás  $F = k \cdot d \cdot A \cdot v^2$  összefüggése alapján

a) végig egyenletes iram esetén

$$F_1 = k \cdot d \cdot A \cdot \frac{4l^2}{t^2}, \quad L_1 = F_1 \cdot 2l = 8l^3 \cdot k \cdot d \cdot A \cdot \frac{l}{t^2}.$$

b) szakaszonként egyenletes iram esetén

$$F' = k \cdot d \cdot A \cdot \frac{l^2}{\left(\frac{t-x}{2}\right)^2}, \quad L' = 4l^3 \cdot k \cdot d \cdot A \cdot \frac{1}{(t-x)^2},$$

$$F'' = k \cdot d \cdot A \cdot \frac{l^2}{\left(\frac{t+x}{2}\right)^2}, \quad L'' = 4l^3 \cdot k \cdot d \cdot A \cdot \frac{1}{(t+x)^2},$$

$$L_2 = L' + L'', \quad L_2 = 8l^3 \cdot k \cdot d \cdot A \cdot \frac{t^2 + x^2}{(t^2 - x^2)^2}.$$

Az olvasóra bízunk annak bizonyítását, hogy  $0 < x < t$  esetén  $L_1 < L_2$ , tehát végig egyenletes iram esetén kisebb a közegellenállás ellen végzett munka, mint szakaszonként egyenletes iram esetén.

Lássunk erre is egy konkrét példát. Tegye meg a futó a 10 000 m-es távolságot 30 perc alatt, akkor  $2l = 400 \text{ m}$  megtételéhez  $t = 72 \text{ s}$  szükséges.

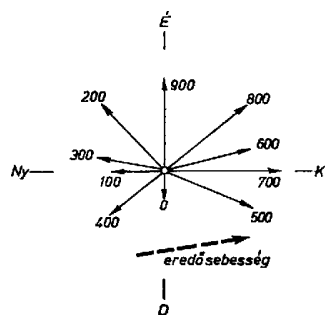
$k = 0,46$ ,  $A = 0,5 \text{ m}^2$ ,  $d = 1,3 \text{ kg/m}^3$  mellett  $L_1 = 3693 \text{ joule}$ , míg szakaszonként egyenletes iram esetén, ha  $x = 4 \text{ s}$ , (34 és 38 s alatt teszi meg a futó a 200–200 métert)  $L_2 = 3727 \text{ joule}$ .

$L_2$  munkával végig egyenletes iram mellett

$$L_2 = k \cdot d \cdot A \cdot \frac{8l^3}{t'^2} \quad \text{alapján} \quad t' = 71,7 \text{ s.}$$

Ez azt jelenti, hogy körönként (400m) 0,3 s időnyereséget ér el az egyenletesen futó versenyző. Sok futóversenyen mégis azt tapasztaljuk, hogy a versenyzők nem egyenletes iramban haladnak. Az esetek nagy részénél indokolt is ez (taktikai, pszichológiai okokból). Ne felejtjük el, hogy Nurminak fénykorában csak a versenyóra volt az ellenfele, a ma futóinak viszont ...

Talán nincs is olyan céllövő versenyző, aki akár távcsöves puskával is el tudná találni a tőle 1500 m-re levő 10 cm átmérőjű céltáblát. Joggal vívja ki tehát csodálatunkat az az ejtőernyős ugró versenyző, aki a nagy magasságban száguldó repülőgépből kiugorva, ejtőernyőjét 1500 m magasságban kinyitva, a földön előre kijelölt ponttól 10 cm-re ér talajt! S mindez nem véletlen, amit az is bizonyít, hogy a 10 cm két ugrás eredményének számtani közepeként adódik. Az ehhez hasonló csúcseredményeknek elérése szintén sok fizikai ismeretet követel meg a versenyzőktől.



14. ábra

Először a szél hatását kell figyelembe venni. A földfelszíntől felfelé haladva adott szakaszonként (pl. 100 méterenként) mérik a szélerősséget és irányt, és ezeket vektorilag összegezik (14. ábra). Az eredő sebesség irány és nagyság szerint azt a feltételezett szelet mutatja, amely a teljes esési magasságon hat a versenyzőre. Az esés idejének figyelembevételével így meghatározható a rárepülés iránya és az ugrás helye.

Csoportos ugrás esetén hiba lenne, ha pl. az edző nem venné figyelembe, hogy a versenyzők súlya nem egyenlő. A nagyobb súlyú versenyző ugyanis nagyobb sebességgel esik az ernyő kinyitása után is. Legyen

$$d = 1,23 \text{ kg/m}^3, \quad A = 16\pi \text{ m}^2, \quad k = 0,7, \quad G_1 = 800 \text{ N}, \quad G_2 = 1000 \text{ N},$$

$$\text{akkor } v_1 = 4,30 \text{ m/s}, \quad v_2 = 4,81 \text{ m/s} \quad \left( v = \sqrt{\frac{F}{k \cdot d \cdot A}} \text{ alapján} \right).$$

Ha tehát a versenyzők egy szinten nyitnák ernyőjüket, a nagyobb súlyú versenyző jutna előbb földközelségbe. Ilyenformán az egy csapatbeliek éppen a legkritikusabb szakaszon nem tudnák egymást tanácsokkal, megfigyelésekkel segíteni.

De szükség van-e egyáltalán egymás segítésére? Ha minden zavaró körülményt figyelembe vettek mérés, számítás útján, akkor a versenyző automatikusan „belepottyan” a célba?

Nem lehet mindent figyelembe venni! A szél erőssége ingadozó; a repülőgép nagy sebessége és az ejtőernyős csukott ernyővel való nagy esési sebessége miatt a kiugrás, ill. az ernyő nyitásakor elkövetett 0,1 s-nyi pontatlanság 10–20 méteres eltérést eredményezhet a földreérés helyét illetően.

Az esés idejének kiszámításánál szerepe van a levegő sűrűségének is, az pedig a magasság és a hőmérséklet függvénye. Az alábbi (IV. táblázat) egy  $16\pi \text{ m}^2$  keresztmetszetű ernyővel ugró 900 N súlyú versenyző süllyedési sebességértékeit tartalmazza különböző tengerszint feletti magasságokon, ha a talaj menti hőmérséklet  $15^\circ\text{C}$ , a nyomás 760 hgmm, a légkör pedig nyugodt ( $k = 0,7$ ).

#### IV. sz. táblázat

tengerszint feletti magasság (m)	$d$ ( $\text{kg/m}^3$ )	$v$ (m/s)
1000	1,112	4,80
500	1,167	4,68
0	1,226	4,57

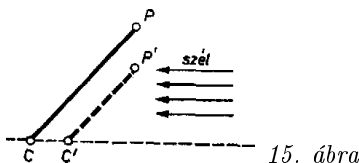
Az esetek egy részében az ugró úgy segíthet magán (ha az esés idejét valamilyen zavaró ok miatt csökkenteni kell),

hogy az ernyő felületének csökkentésével növeli az esés sebességét.

$$v = \sqrt{\frac{F}{k \cdot d}} \frac{\sqrt{A}}{A}; \quad \text{csökkentsük a felületet } p\% \text{ - kal, akkor}$$

$$v' = \sqrt{\frac{F}{k \cdot d}} \frac{\sqrt{A}}{A} \cdot \frac{\sqrt{\frac{100-p}{100}}}{\frac{100-p}{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{100-p}}{100-p} \cdot v.$$

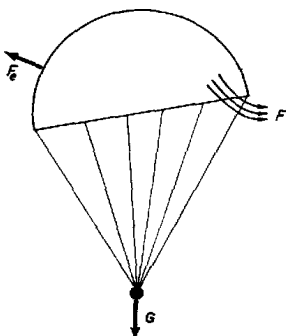
$p = 3\%$  esetén a sebesség 1,5%-kal nő (5 m/s-ból 5,08 m/s lesz).



15. ábra

Ha viszont az esés idejét növelni kellene, mert az ugró késve nyitotta ernyőjét ( $P$  helyett  $P'$ -ben, 15. ábra), s a szél a cél irányába sodorja, látszólag semmi sem segít, előbb ér talajt a számítottnál ( $C$  helyett  $C'$ -ben).

Szovjet ejtőernyős sportolók tapasztalata alapján ma már ebben az esetben is lehet segíteni, ismét az ernyő felületének kicsiny mértékű csökkentésével! A felület csökkentése úgy történhet, hogy a zsinórok egy részét egy oldalon húzza le a versenyző.



16. ábra

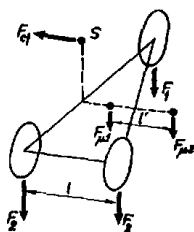
Ilyenkor a minimális sebességnövekedés mellett (ami kissé hátrányos) fellép egy tekintélyes nagyságú oldalirányú elmozdulás (2 m/s). A jelenség magyarázata a 16. ábra alapján történhet. Az ernyő, alakja megtartása mellett, kissé megbillen s a kiáramló levegő visszaható ereje mozdítja el az ernyőt ellentétes irányban. Ha ez az ellentétes irány a cél iránya, elérhető, hogy  $C'$  helyett mégis  $C$ -ben érjen talajt a versenyző!

Az oldalirányú elmozdulást az ún. résett ernyőkkel még fokozni is lehet. Ilyen ernyőn a versenyző kényelmesen szabályozhatja a kiáramló levegő mennyiségét a rés megfelelő mértékű nyitásával, ami maga után vonja az oldalelmozdulást. Ilyen módon 3 m/s oldalsebesség is elérhető. Kísérleteznek olyan ernyőkkel is, ahol 5 m/s süllyedési sebesség mellett 7 m/s az oldalirányú sebesség. Joggal nevezik ezt a műveletet vitorlázásnak.

### Centrifugális erő

Természetesnek látszik, hogy a centrifugális erőt a dobásokon mutassuk be. A tankönyv azonban ezt tárgyalja, így inkább egy nagyon érdekes sportág, az oldalkocsis motorversenyzés területéről vegyük ismeretanyagunkat.

Kérdés: az oldalkocsiban ülő (!?) utas hasznos-e a versenyzés szempontjából, vagy csak a szabályok előírta „szükséges rossz”?



17. ábra

Legyen a motorkerékpár első, hátsó és oldalkerekére ható erő  $F_1$ ,  $F_2$  és  $F_3$ , ha csak a vezető ül a motorkerékpáron. Az utas súlya legyen  $F_\mu$ . Lényeges a további tárgyalás szempontjából, hogy az oldalkocsi a motorkerékpár melyik oldalára van szerelve. Esetünkben legyen jobb oldalra szerelve (17. ábra).

Mekkora sebességgel tud haladni a versenyző, ha jobbra kanyarodva,  $r$  sugarú körön halad a motorkerékpár, az utas pedig az oldalkocsi közepén helyezkedik el?

A sebességnek az szab határt, hogy a motorkerékpárra súlypontjában (a talajtól való távolsága  $s$ )  $F_{cf}$  erő hat, így fellép  $M = F_{cf} \cdot s$  forgatónyomaték. A sebességet addig lehet fokozni, míg ez a forgatónyomaték egyenlő nem lesz a motorkerékpár és a rajta helyet foglaló versenyzők súlyából származó ellentétes irányú forgatónyomatékkal. Jelekkkel:

$$s \cdot mv^2/r = \ell \cdot F_3 + (\ell/2) \cdot F_\mu.$$

Ha az utas az oldalkocsiból „kifekszik” az úttest fölé, súlypontjának távolságát  $\ell'$ -vel megnöveli,

$$s \cdot mv^2/r = \ell \cdot F_3 + (\ell/2 + \ell')F_\mu.$$

Mivel az utóbbi egyenlet jobb oldala  $F_\mu \cdot \ell'$ -vel nőtt, a sebesség is növelhető.

$$\ell = \ell' = 1 \text{ m}, F_3 = 40 \text{ kp}, F'_\mu = 80 \text{ kp}, s = 0,55 \text{ metetn}$$

$v = 33 \text{ km/ó}$ , ill.  $v' = 46,7 \text{ km/ó}$  sebességgel haladhatnak még a bukás veszélye nélkül.

Számítással ki lehet mutatni, hogy balra kanyarodás esetén, ha az utas ismét az oldalkocsi közepén tartózkodik, nagyobb sebességgel haladhat a jármű, mint hasonló helyzetben jobbra kanyarodás esetén.

Balra kanyarodás esetén úgy lehet növelni a sebességet a borulás veszélye nélkül, hogy az utas a hátsó ülésen áthajlik, növeli az ellensúlyozó forgatónyomatékot. (Itteni számításainkban nem vettük figyelembe, hogy az utas mozgása nemcsak vízszintes irányban, hanem függőlegesen is elmozdítja a súlypontot, elhanyagolása azonban nem vezet számottevő eltéréshez!)

Kérdés, hogy egy nagyobb tömegű rögzített testtel nem lehetne-e megoldani az ellensúlyozó forgatónyomaték növelését?

A válasz nemleges, mert

- a) a versenyszabályok ezt nem engedik meg,
- b) a jobbra kanyarodás sebességproblémáját megoldaná ugyan, a balra kanyarodásnál viszont annál hátrányosabb lenne,
- c) feleslegesen növelné a motorkerékpár össztömegét, ami a gyorsulás szempontjából lenne hátrányos.

Ezzel a „szükséges rossz” kérdésre is választ kaptunk. Az oldalkocsi utasa tehát a siker vagy sikertelenség (borulás) tevékeny részese, megérdemli tehát, ahogy azt szokás is mondani, a *versenyzőtárs* nevet.

A sport és fizika kapcsolatának ezernyi példáját lehetne még felsorolni és taglalni, ez azonban – már a terjedelem miatt is – lehetetlen. A témakörrel – sok más között – dr. Dobó Ferenc foglalkozik a Fizikai Szemle XIV. évf. (1964) 11. számában.

Az utóbbi évek magas szintű versenyein nagyon sokszor holtverseny állt elő két vagy több versenyző között, más esetekben csak minimális különbség mutatkozott közöttük. Gondoljunk arra, hogy a győzelem kiharcolásában éppen a fizika játszott vagy játszhatott volna döntő szerepet!

**Sümegei László**