Aminek a logaritmusa 1/2, az az alapszám pozitív négyzetgyöke, így egyenletünk ekvivalens az

$$(1) \qquad \sqrt{4-x} = 3 - \sqrt{4 - x\,(4-x)}$$

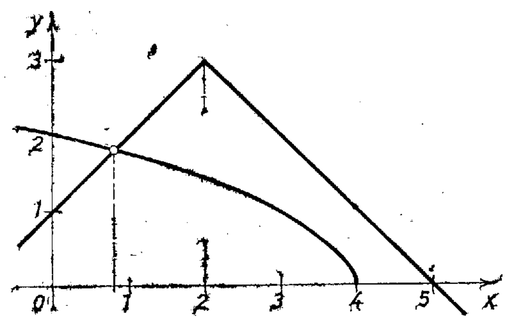
egyenlettel, hacsak $4 - x \neq 1$, mert 1 nem lehet logaritmus alapja. A jobb oldalon a gyökjel alatt teljes négyzet áll: $4 - x\,(4-x) = (x-2)^2$. Eszerint (1) ekvivalens a következővel:

$$(2) \qquad \sqrt{4-x} = 3 - |x-2|.$$

Ábrázolva a két oldalon álló függvényeket, grafikusan egy gyököt kapunk $x = 0{,}8$ körül, ami az $x < 2$ esetre vonatkozó

$$(2a) \qquad \sqrt{4-x} = 3 - (2-x) = x + 1$$

egyenlet gyöke lehet.



Négyzetre emelve az $x^2 + 3x - 3 = 0$ másodfokú egyenletet kapjuk, melynek gyökei közül a kisebbik nem jön szóba, mert a mellett $x+1$ negatív, (2a) jobb oldalán viszont $x+1$-nek pozitívnak kell lennie. A nagyobbik gyök: $x_1 = \left(\sqrt{21} - 3\right)/2 = 0{,}791$, gyöke (2a)-nak, mert így $4 - x_1 = \dfrac{11 - \sqrt{21}}{2} = \left(\dfrac{\sqrt{21}-1}{2}\right)^2 \quad (= 3{,}209)$ és $x_1 + 1 = \dfrac{\sqrt{21}-1}{2} > 0$.

Mivel $x_1 < 2$, azért (2a)-n kívül (2)-nek is gyöke, tehát x_1 az eredeti egyenlet egyetlen gyöke.

Megjegyzések. 1. Az ellenőrző behelyettesítés kényelmesebb volt (2a)-ban, ill. (2)-ben; nem árt viszont látni az eredetiben is:

$$\log_{6{,}209} 1{,}791 = \frac{\lg 1{,}791}{\lg 3{,}209} = \frac{0{,}2531}{0{,}5063} = 0{,}5.$$

2. A grafikus tájékozódás csak az $x > 2$ esetnek megfelelő $\sqrt{4-x} = 3 - (x-2)$ egyenlet kizárására szolgált. Közvetlen négyzetre emeléssel is beláthattuk volna, hogy ennek az egyenletnek nincs valós gyöke.