A *Művelődésügyi Minisztérium* által a III. és IV. osztályos tanulók részére az összes tárgyak keretében tartott matematikai verseny I. fordulója február 9-én iskolánként, II. fordulója április 14-én megyénként, városonként folyt le, mindkétszer 5 órai munkaidővel. A II. fordulóra 322 tanuló kapott behívót, közülük 14 volt valamelyik matematika–fizika-szakosított osztály tanulója és 38 valamelyik matematika-szakosított osztály tanulója. Ez évben először a szakosított tantervű matematikai osztályok részére külön versenyt írt ki a minisztérium; a szakosított tantervű matematika–fizika osztályok tanulói viszont az általános tantervű osztályok versenyén vettek részt, de egy kijelölt feladat helyett egy külön feladatot kellett kidolgozniuk. A versenyek tételei a következők voltak.

I. forduló, általános tantervű osztályok részére

1. *Az a, b, c valós számokra fennáll az*

$$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$$

egyenlőség. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $a=b=c$.

2. *Az $ABCD$ egyenlő szárú trapézban $AB \parallel CD$, az átlók metszéspontja M, és $AB>CD=AD$. Tekintsük a CDM és CDA háromszög beírt körét. Bizonyítsuk be, hogy ennek a két körnek a középpontja egyenlő távolságra van a trapéz köré írható kör középpontjától. – Fejezzük ki ezt a távolságot a körülírt kör sugarával és a BAD szöggel.*

3. *A PTS háromszög P-nél levő szöge 60°. Fejezzük ki annak a körnek a sugarát PT-vel és PS-sel, amely a T pontban érinti a PT egyenest és átmegy az S ponton.*

A szakosított tantervű matematika–fizika osztályok versenyzőinek a 3. feladat helyett a következőt kellett kidolgozniuk:

4. *Egy hegycsúcs magassága egy előtte elhaladó egyenes, vízszintes útszakasz három egymás után kijelölt pontjából rendre $19{,}5^\circ$, $28{,}9^\circ$, illetőleg $33{,}7^\circ$ szög alatt látszik. A második pont 100 m-re, a harmadik 250 m-re van az elsőtől. Milyen magas a hegy (az út szintje fölött), s mekkora a talppontjának az úttól való távolsága?*

I. forduló, a szakosított tantervű matematikai osztályok részére

1. *Jelentsenek a, b, c komplex számokat. Bizonyítsuk be, hogy amennyiben*

$$\begin{aligned} a+b+c&=ab+bc+ca, &&\text{és}\\ a^2+b^2+c^2&=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2, &&\text{akkor}\\ a^n+b^n+c^n&=a^nb^n+b^nc^n+c^na^n, && \end{aligned}$$

minden a 3-mal nem osztható n természetes szám esetében.

2. *Az A és A' pontok a kör egy érintőjén az E érintési pontra tükrös helyzetűek. Az AE szakasz egy B pontjának az E-re vonatkozó tükörképét, B'-t egyetlen egyenes vonalzó felhasználásával a következő módon szerkesztettük meg. B-ből a körhöz egy tetszés szerinti szelőt húztunk, ez a kört a P és Q pontokban metszette (közülük P volt B-hez közelebb), az AP szelő pedig még egy R pontban metszette a kört. A Q-t A'-vel összekötő egyenesnek a körrel való második metszéspontja az R-től különböző S volt. Végül az RS egyenes metszette ki az érintőből a B' pontot. – Igazoljuk a szerkesztés helyességét.*

3. *Adott két egymást metsző, egymással α szöget bezáró egyenes. Mi a mértani helye azon r sugarú gömbök középpontjainak, amelyek mindkét egyenest érintik?*

II. forduló, általános tantervű osztályok részére

1. *Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:*

$$x+y=a, \qquad x^5+y^5=2a^5.$$

2. *Adott egy egyenes négy pontja a következő sorrendben: A, B, C, D. Az egyenes egy szabályos ötszög szelője, és az A pontban metszi az egyik oldal egyenesét, B-ben az előbbi oldallal párhuzamos átló egyenesét; C-ben és D-ben pedig az első oldallal nem szomszédos oldalak egyeneseit. Szerkesztendő a szabályos ötszög.*

3. *Egy vonal pontjainak derékszögű koordinátáit a következő kifejezések adják meg:*

$$x=\frac{1-u^2-v^2}{(1-u)^2+v^2}, \qquad y=\frac{2v}{(1-u)^2+v^2},$$

ahol u, v paraméterek, és $v/u=m$, 0-tól különböző állandó. Adjuk meg a vonal egyenletét x és y, valamint m közötti összefüggés alakjában.

A szakosított tantervű matematika–fizika osztályok versenyzőinek a 3. feladat helyett a következőt kellett kidolgozniuk:

4. *Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder lapjai egybevágók, akkor súlypontja és a köréje írt gömb középpontja egybeesik.*

II. forduló, a szakosított tantervű matematikai osztályok részére

1. *Bizonyítandó, hogy ha a és b természetes számok, akkor*

$$\left(\frac{a+1}{b+1}\right)^{b+1} \geq \left(\frac{a}{b}\right)^{b}.$$

2. *Az MAB egyenlő szárú háromszög M csúcsán két egyenes megy át, u és v. Az A pontból u-ra, B-ből v-re bocsátott merőlegesek metszéspontja legyen W. Az A-ból MA-ra állított merőleges messe u-t U-ban, a B-ből MB-re állított merőleges messe v-t V-ben. Bizonyítandó, hogy UV merőleges MW-re.*

3. *Az S síkban levő AB és BC egyenlő szakaszok B-ben csuklósan csatlakoznak. Az A pont rögzített, a C pont egy A-ból kiinduló félegyenesen mozog. Milyen idomot súrol a BC szakasz?*

A versenyek eredménye

A *Művelődésügyi Minisztérium* a versenybizottság javaslatára a következő döntést hozta:

A) **Az általános tantervű osztályok versenye**

I. díjat nyert (2000 Ft): *Hunyadvári László* (Budapest, Könyves Kálmán Gimnázium, IV. o. t.).
II. díjat nyert (1000 Ft): *Külvári István* (Budapest, Széchenyi I. Gimnázium, IV. o. t.).
III. díjat nyert (500 Ft): *Szeredi Péter* (Budapest, II. Rákóczi Ferenc Gimnázium, IV. o. t.).
További helyezettek, helyezési számuk feltüntetésével (dicséretben és könyv jutalomban részesültek): 4. *Geier János* (Székesfehérvár, Ságvári E. Gépip. T., III. o.), 5. *Szalay Sándor* (Debrecen, KLTE. Gyak. G., IV. o.), 6. *Laborczi Zoltán* (Győr, Révai M. G., IV. o.), 7. *Varsányi Anikó* (Bp., Ságvári E. Gyak. G., IV. o.), 8. *Bodnár Károly* (Ózd, József A. G., IV. o.), 9. *Balogh József* (Hatvan, Bajza J. G., IV. o.), 10. *Eff Lajos* (Bp., Fazekas M. Gyak. G., IV. o.); 11. *Dósa Tibor* (Bp., Petrik L. Vegyip. T., IV. o.), 12. *Koltay László* (Miskolc, Zalka M. Gépip. T.), 13. *Hegedűs András* (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. G., III. o.), 14. *Szabó Klára* (Esztergom, Dobó K. G., IV. o.).

Dicséretben részesült a következő 37 versenyző (betűrendben felsorolva): *Antos Péter* (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. G., IV. o.), *Baricz Miklós* (Komló, Kun B. G., IV. o.), *Bernát Éva* (Bp., Zrínyi I. G., IV. o.), *Bod Judit* (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. G., IV. o.), *Bottyán István* (Hatvan, Bajza J. G., IV. o.), *Csernai László* (Bp., Könyves Kálmán G., III. o.), *Dombi László* (Szeged, Ságvári E. Gyak. G., III. o.), *Galambos Tamás* (Pécs, Zipernovszky K. Gépip. T., IV. o.), *Gerhardt Géza* (Bp., Kaffka M. G., IV. o.), *Göntér László* (Tatabánya, Péch A. Bányaip. T., IV. o.), *Jánosi János* (Székesfehérvár, Ságvári E. Gépip. T., IV. o.), *Járai Antal* (Debrecen, Vegyip. T., III. o.), *Kádas Sándor* (Bp., József A. G., IV. o.), *Kazi Gábor* (Szeged, Ságvári E. Gyak. G., IV. o.), *Kele András* (Nagykanizsa, Landler J. G., III. o.), *Kolozsvári Sándor* (Komló, Kun B. G., IV. o.), *Körmendi Sándor* (Szombathely, Latinka S. Gépip. T., IV. o.), *Kun Mária* (Tiszaföldvár, Hajnóczy J. G., IV. o.), *Langer Tamás* (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. G., IV. o.), *Márkus András* (Sopron, Széchenyi I. G., IV. o.), *Munk Sándor* (Bp., II. Rákóczi F. G., III. o.), *Nagy Mária* (Várpalota, Thuri Gy. G., III. o.), *Nagy Zsigmond* (Bp., Kaffka M. G., III. o.), *Papp Zoltán* (Debrecen, Zenei G., IV. o.), *Pásztor György* (Szeged, Déri M. Gépip. T., IV. o.), *Pintér Miklós* (Várpalota, Thuri Gy. G., III. o.), *Rajczy Péter* (Bp., Eötvös J. G., III. o.), *Rozsnyai Gábor* (Bp., II. Rákóczi F. G., IV. o.), *Sásdy Béla* (Szentendre, Ferences G., IV. o.), *Semsey András* (Bp., Radnóti M. Gyak. G., III. o.), *Siklóssy Péter* (Szentendre, Móricz Zs. G., III. o.), *Stiegrád Gábor* (Pécs, Nagy Lajos G., IV. o.), *Szentgáli Ádám* (Bp., Ady E. G., IV. o.), *Takács László* (Sopron, Széchenyi I. G., III. o.), *Tóth Tibor* (Szolnok, Verseghy F. G., III. o.), *Varga Gabriella* (Szombathely, Savaria G., IV. o.), *Vértes János* (Bp., Sallai I. G., IV. o.).

B) **A szakosított tantervű matematikai osztályok versenye**
(mindegyik osztály Budapesten működik):

I. díjat nyert (2000 Ft): *Babai László* (Fazekas M. Gyakorló Gimnázium, III. o. t.).
II. díjat nyert (1000 Ft): *Surányi László* (Fazekas M. Gyakorló Gimnázium IV. o. t.).
III. díjat nyertek egyenlő helyezéssel (500–500 Ft): *Elekes György* (Fazekas M. Gyakorló Gimnázium, IV. o. t.) és *Hoffmann György* (Fazekas M. Gyakorló Gimnázium, IV. o. t.).
További helyezettek: 5. *Moson Péter* (Fazekas, III. o.), 6. *Szűcs András* (Fazekas, III. o.), 7. *Gács Pál* (I. István Gimnázium, IV. o.), 8. *Havas János* (Berzsenyi D. Gimnázium, IV. o.), 9. *Bernus Péter* (Fazekas, III. o.), 10. *Mérő László* (Berzsenyi, III. o.); 11. *Egri Róbert* (Fazekas, III. o.), 12. *Balogh Kálmán* (Fazekas, IV. o.), 13. *Bennó Pál* (Fazekas, III. o.), 14. *Halász Ferenc* (Berzsenyi, IV. o.), 15. *Csörgei József* (Fazekas, III. o.), 16. *Fencsik Gábor* (Berzsenyi, IV. o.), 17. *Somos Endre* (Berzsenyi, III. o.).

Kimutatás a II. fordulóba bejutottak számáról megyék, városok szerint: Bács-Kiskun 1, Baranya, Pécs 17, Békés 6, Borsod-Abaúj-Zemplén; Miskolc 11, Csongrád, Szeged 15, Fejér 13, Győr-Sopron 17, Hajdu, Debrecen 15, Heves 9, Komárom 14, Nógrád 0, Pest 9, Somogy 3, Szabolcs-Szatmár 3, Szolnok 17, Tolna 6, Vas 8, Veszprém 14, Zala 3, Budapest 141.