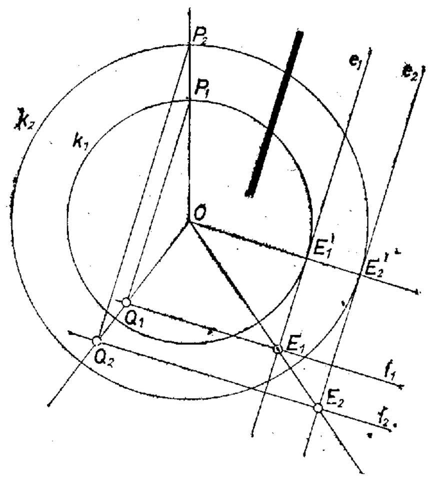
Legyen k_j és e_j érintkezési pontja E'_j, továbbá k_j sugara r_j ($j = 1, 2$). Mivel az E_j pontokat egy, az O-ból induló *fél*egyenes metszette ki az e_j érintőkből, azért O az E_1E_2 szakasz valamelyik meghosszabbításán van rajta. Ezt – mivel e_1 és e_2 párhuzamosak – így is mondhatjuk: O nincs közte e_1-nek és e_2-nek.



Választhatjuk úgy az indexelést, hogy $0 < r_1 < r_2$ (hiszen az $r_1 = r_2$ eset nyilvánvalóan semmitmondó), így e_1 elválasztja O-t és e_2-t. Az $e_1 \| e_2$ tényből az is következik, hogy O, E'_1 és E'_2 egy egyenesen vannak, éspedig E'_1 az OE'_2 szakaszon. Ezek szerint az OE_1, OE'_1 félegyenesek között hegyesszög van, és

$$OE_1 : OE_2 = OE'_1 : OE'_2 = r_1 : r_2 = OP_1 : OP_2,$$

így az E_jP_j szakaszok egymás képei az O középpontú, $r_1 : r_2$ arányú hasonlósági transzformációban, tehát párhuzamosak egymással.

Másrészt a Q_j pontokat előállító f_j, valamint P_jQ_j egyenespárok szerkesztésüknél fogva páronként párhuzamosak, ezért ezek is és Q_1 és Q_2 is egymás képei a mondott transzformációban, tehát az utóbbiak összekötő egyenese átmegy O-n. Ezt kellett bizonyítanunk.

Meggondolásunk akkor is érvényes, ha a P_j pontokat kimetsző félegyenes az E_j-ket kimetsző félegyenesnek $180°$-kal elfordított képe az O körül. Ha pedig az OP_1 párhuzamos i-vel, akkor az állítás semmitmondóan igaz.

Skopál István (Budapest, Kölcsey F. Gimn., IV. o. t.)
Angyal József (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., III. o. t.)