

Legyen  $p$  olyan egész szám, amelyre

$$x^2 + 28x + 889 = (x + 14)^2 + 693 = p^2,$$

azaz

$$p^2 - (x + 14)^2 = (p - x - 14)(p + x + 14) = 693.$$

Mivel  $p-x$  és  $p+x$  egészek, azért mindkét tényező egész, eszerint csak 693-nak kéttényezős fölbontásaiból kaphatunk megoldást, ha  $693 = a \cdot b$ , akkor a tényezőket páronként egyenlővé téve

$$p - x - 14 = a, \quad p + x + 14 = b,$$

amiből

$$p = \frac{a+b}{2} \quad \text{és} \quad x = \frac{b-a}{2} - 14.$$

Mint hogy  $a$  és  $b$  csak páratlanok lehetnek,  $p$  és  $x$  mindenesetre egész lesz. Biztosan nem kapunk prímet  $p$  céljára, ha  $a$ -nak és  $b$ -nek van közös osztója, mert ha van, az is páratlan, ezért a 2-vel való osztás után is megmarad. A szóba jövő relatív prím  $a, b$  párokat pedig egyenként kell ellenőrizni, hogy összegük fele prím-e, és  $x$ -et csak az igenlő esetekben számítjuk ki.

Mármost különböző törzsszámok hatványainak szorzataként  $693 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11$ . Itt az előbbieket szerint a két 3-as tényezőnek együtt (azaz vagy  $a$ -ban, vagy  $b$ -ben) kell maradnia, így a  $693 = 9 \cdot 7 \cdot 11$  alak alapján a megvizsgálandó  $a, b$  osztópárok:

$$a, b = 1, 693, \text{ összegük fele } 347, \text{ prím,}$$

$$a, b = 9, 77, \text{ összegük fele } 43, \text{ prím,}$$

$$a, b = 7, 99, \text{ összegük fele } 53, \text{ prím,}$$

$$a, b = 11, 63, \text{ összegük fele } 37, \text{ prím,}$$

így mind a négy felbontásból kapunk megoldást, és pedig kettőt – kettőt. Az első  $a, b$  párból

$$x = \frac{693-1}{2} - 14 = 332 \quad \text{és} \quad x = \frac{1-693}{2} - 14 = -360,$$

a továbbiakból hasonlóan

$$x = 20 \text{ és } -48, \quad 32 \text{ és } -60, \quad 8 \text{ és } -40,$$

végül növekvő sorrendben felsorolva:

$$x = -360, -60, -48, -40, 8, 20, 32, 332$$

a keresett értékek.

*Reviczky János* (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)