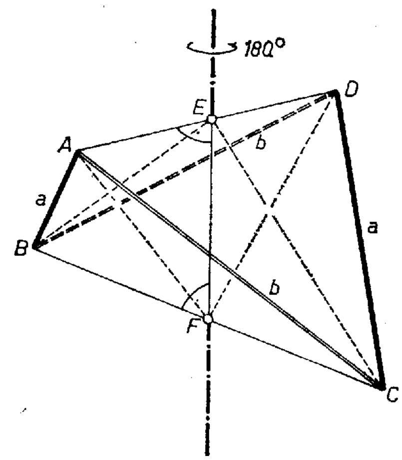
Közös oldaluk és az adott élegyenlőségek alapján az ABD és DCA háromszöglapok egybevágók – csúcsaik páronként a mondott felsorolás rendjében felelnek meg egymásnak – és egyező körüljárásúak (természetesen mindkét lapot kívülről szemlélve). Ezért, AD felezőpontját E-vel jelölve $EB = EC$, a BCE háromszög egyenlő szárú, és a BC él felezőpontját F-fel jelölve $EF \perp BC$.



Ugyanígy adódik $BAC\Delta \cong CDB\Delta$, $FA = FD$ és $FE \perp AD$. Eszerint a tetraédert EF mint tengely körül 180°-kal elfordítva az A, D, valamint B, C csúcspárok egymásba mennek át, az egész tetraéder önmagába, a föltevés szerint egyenlő hosszú élek is egymásba. Ebből következik az egyenlő élpároknál levő lapszög-párok egyenlősége.

2. Legyen a D csúcs merőleges vetülete az ABC lapon, az AB és az AC egyenesen rendre D_0, D_b, D_c így a kérdéses lapszögek sinusa, és arányuk

$$\sin C(AB)D = \frac{DD_0}{DD_b}, \qquad \sin B(AC)D = \frac{DD_0}{DD_c}$$
$$\frac{\sin C(AB)D}{\sin B(AC)D} = \frac{DD_c}{DD_b},$$

vagyis az ACD háromszögben az AC, ill. az ABD háromszögben az AB alaphoz tartozó magasságok aránya. Minthogy pedig a két háromszög – mint láttuk – egybevágó, tehát egyenlő területű, azért a mondott magasságok fordítva arányosak a megfelelő alapokkal:

$$\frac{DD_c}{DD_b} = \left(\frac{1}{AC}\right) : \left(\frac{1}{AB}\right) = \frac{a}{b}.$$

Ezt kellett bizonyítanunk.

Barbarits András (Budapest, I. István Gimn., IV. o. t.)