A javaslat 2 számadatot ír elő a háromszögre és 2 tulajdonságot, az utóbbiak egy-egy összefüggést jelentenek az oldalak, ill. a szögek között. Ez több a szükséges 3 adatnál, azért annyit mindjárt kimondhatunk, hogy a követelmények együttese vagy ellentmondó, vagy egy fölösleges adatot tartalmaz. Megmutatjuk, hogy az ellentmondás esete áll fenn.

A szögek közti összefüggés alapján a nagyságra nézve középső szög 60°. Az oldalak pedig $b-d$, b, $b+d$ alakban írhatók ($d<b$) és b a 60°-os szöggel fekszik szemben. Erre az oldalra írva fel a cosinustételt:

$$b^2=(b-d)^2+(b+d)^2-2(b^2-d^2)\cdot\frac{1}{2}=b^2+3d^2$$

amiből $d=0$, a háromszög egyenlő oldalú.

Így pedig az oldal hosszára a területképletből más eredmény adódik, mint a körülírt kör sugarára érvényes összefüggésből:

$$t=\frac{b^2\sqrt{3}}{4}=50-\text{ből}\qquad b=\sqrt{\frac{200}{\sqrt{3}}}=10{,}7\ \text{cm},$$
$$r=\frac{b}{2\sin 60^\circ}=\frac{b}{\sqrt{3}}=10-\text{ből}\qquad b=10\sqrt{3}=17{,}3\ \text{cm}.$$

Eszerint a javaslat – ebben a formájában – nem tűzhető ki.

Érdembeni bírálathoz hozzátartozik az is, hogy tartalmazzon javaslatot a helyreigazításra. Megvizsgáljuk, hogy a feladatban szereplő 4 feltétel közül hármat megtartva, milyen feladatot kapunk. Ha a szögekről is, az oldalakról is feltesszük, hogy számtani sorozatot alkotnak, akkor – mint már láttuk – a keresett háromszög szabályos, szögei eleve ismertek, oldalait pedig bármelyik további adat meghatározza. Ebben az esetben a feladat tehát burkoltan annak a bizonyítását követeli meg, hogy a szögek és az oldalak csak akkor alkothatnak egyszerre számtani sorozatot, ha a háromszög szabályos.

Ha csak a szögekről tesszük fel, hogy számtani sorozatot alkotnak, akkor közülük az egyik – mondjuk β – továbbra is 60°-os és a

$$T=2r^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$$

összefüggés alapján a másik két adat a szögek sinusainak a szorzatát határozza meg. Ebből a szögek meghatározhatók: $\alpha=60^\circ-\omega$, $\gamma=60^\circ+\omega$ jelöléssel

$$\sin\alpha\sin\gamma=\cos 2\omega-\cos 120^\circ=\frac{T}{2r^2\sin 60^\circ},$$
$$\cos 2\omega=\frac{T}{r^2\sqrt{3}}-\frac{1}{2},$$

ahonnan ω, majd α és γ meghatározható, végül az oldalakat az

$$a=2r\sin\alpha,\qquad b=2r\sin\beta,\qquad c=2r\sin\gamma$$

összefüggésekből kaphatjuk meg.

Végül ha csak az oldalakról tesszük fel, hogy számtani sorozatot alkotnak, akkor az $a=b-d$, $c=b+d$ jelöléssel Heron képlete alapján

$$t^2=\frac{3b^2}{4}\left(\frac{b^2}{4}-d^2\right),$$

és a körülírt kör sugarának ismert képletéből

$$r=\frac{abc}{4t}=\frac{b(b^2-d^2)}{4t}.$$

Mindkettőből d^2-t kifejezve b-re a

$$9b^4-48\,rtb+16t^2=0$$

egyenletet kapjuk, aminek a megoldása nem vezethető vissza másodfokú egyenletek megoldására.

A módosításokból tehát lényegében 3 feladatot kaptunk, az első elég könnyű, a második közepes nehézségű, a harmadik viszont túlmegy a középiskolai anyagon (lehetséges pl. közelítő megoldása a negyedfokú egyenlet megoldására közelítő eljárást keresve, $b=13{,}26$ cm). Legcélszerűbbnek a második változat kitűzése látszik.

Maróti György (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn.,IV. o. t.)