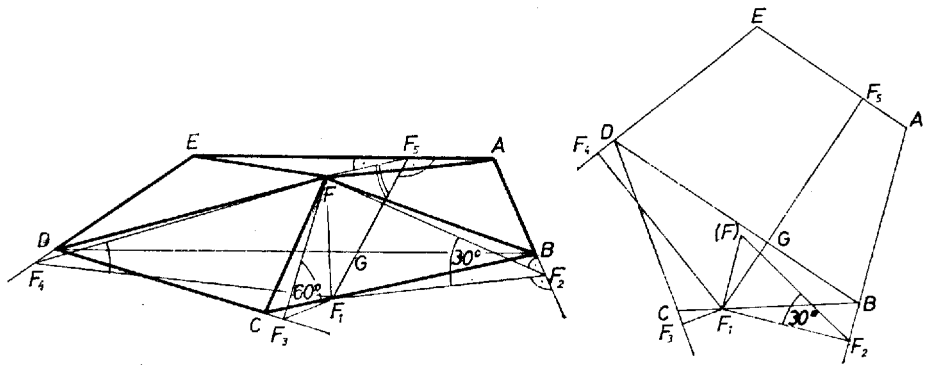
Legyen a gúla alaplapja $ABCDE$, és a hozzá $30°$, $90°$, $60°$ szöggel hajló oldallap rendre FAB, FBC, FCD, így az F főcsúcsnak az alap S síkján levő F_1 vetülete a BC szakaszon van. Legyen továbbá F vetülete az AB, CD, DE, EA egyenesen rendre F_2, F_3, F_4, F_5.



Így az FF_1F_i ($i=2$, 3, 4, 5) derékszögű háromszög síkja merőleges rendre az alapsík imént mondott egyenesére, tehát az FAB, FCD, FDE, FEA oldallapsíknak S-sel bezárt szögét rendre az F_1F_iF méri és

$$\operatorname{ctg} F_1F_iF\sphericalangle = \frac{F_1F_i}{F_1F}.$$

$i=2$ és 3 esetében a hajlásszög $30°$, ill. $60°$, így

$$\frac{F_1F_2}{F_1F_3} = \frac{F_1F\operatorname{ctg}30°}{F_1F\operatorname{ctg}60°} = \frac{\sqrt{8}}{1/\sqrt{3}} = 3,$$

ennek alapján az F_1F_2B és F_1F_3C hasonló derékszögű háromszögekből (ugyanis bennük a B, ill. C csúcsnál levő szög a szabályos ötszög külső szöge, $72°$)

$$F_1B/F_1C = 3,$$

tehát F_1 a BC szakasznak C-hez közelebbi negyedelő pontja. Legyen $CF_1=1$, így a gúla magassága

$$F_1F = F_1F_3\operatorname{tg}60° = CF_1\sin 72°\operatorname{tg}60° = \sqrt{3}\cos 18°.$$

Messe F_1F_5 az ötszög BD átlóját G-ben, ekkor GF_5 az átlónak AE-től való távolsága, ezért, az F_1BG derékszögű háromszöget is felhasználva

$$\begin{aligned}
F_1F_5 &= F_1G+GF_5 = F_1B\sin 36°+AB\sin 72° = \\
&= 3\sin 36°+4\sin 72°, \qquad (1)\\
\operatorname{ctg} F_1F_5F\sphericalangle &= \frac{F_1F_5}{F_1F} = \frac{\sqrt{3}\sin 36°}{\cos 18°}+\frac{4}{\sqrt{3}} = \\
&= 2\sqrt{3}\sin 18°+\frac{4\sqrt{3}}{3} = 1{,}070+2{,}309 = 3{,}379,
\end{aligned}$$

és így az FAE lap hajlásszöge $16°29'$.

$\operatorname{ctg} F_1F_4F\sphericalangle$ számítása ettől csak abban tér el, hogy az első tag helyett –(1)-ben – a harmadrésze veendő, $0{,}357+2{,}309=2{,}666$, tehát az FDE lap hajlásszöge $20°34'$.

Vajnági András (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A fenti meggondoláshoz hasonlóan szerkesztéssel is meghatározhatjuk a kérdéses szögeket a gúlának S-en levő vetületéből és az FF_i vonalaknak S-be alkalmasan leforgatott képéből.