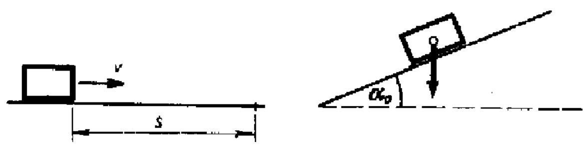
Az I. forduló feladatai:

1. *Sík úton v sebességgel haladó jármű egyenletes lassulással s útszakaszon fékezhető le. Mekkora hajlásszögű lejtőn marad meg nyugalomban a jármű befékezett állapotban ugyanilyen minőségű úton? (A közegellenállástól eltekintünk.)*

Megoldás: Az s fékútból és a kezdeti v sebességből kiszámítható a fékezés negatív gyorsulása $v = \sqrt{2as}$ alapján: $a = \dfrac{v^2}{2s}$. A fékeződés negatív gyorsulása $a = \mu g$, ha μ a súrlódási együttható. Ezeket egyenlővé téve a súrlódási együttható:

(1) $$\mu = \frac{v}{2gs}.$$

Így határozható meg a fékútból és a kezdeti sebességből annak a súrlódási együtthatónak a számértéke, amely a kocsit lelassította a vízszintes úton (1. ábra).



1. ábra

Ferde lejtőre helyezett G súlyú ládát $G \sin\alpha$ erő mozgat lefelé a lejtő mentén, és $G\cos\alpha$ erő nyom merőlegesen hozzá a lejtőhöz. Ezért a súrlódási erő μ_1 súrlódási együttható esetében $\mu_1 G\cos\alpha$. A láda akkor marad meg nyugalomban a lejtőn, illetve végez rajta egyenletes mozgást, ha a mozgató erő egyenlő a súrlódási erővel: $G\sin\alpha_0 = \mu_1 G\cos\alpha_0$, innen annak a lejtőnek a szöge, amelyen a tárgy éppen nyugalomban marad:

(2) $$\operatorname{tg}\alpha_0 = \mu_1.$$

Ezek után a következő esetek lehetségesek. Ha szánkóról van szó, vagy a sík úton is ugyanúgy teljesen befékezett kocsit lódítunk meg, amilyent a lejtőre helyezünk, akkor $\mu = \mu_1$ és

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = \frac{v^2}{2g} : s,$$

vagyis e lejtő hajlásszögének tangense a v sebességgel történő függőleges felfelé hajítás emelkedési magasságának és s fékútnak a hányadosa. Ugyanez érvényes részben akkor is, ha guruló kocsit hagyunk lefékeződni a vízszintes talajon, és fékezetlenül tesszük a kocsit a lejtőre. De ekkor a határszög sinusa egyenlő a súrlódási (gördülési) együtthatóval, mert a tengely mindig a csapágy aljához súrlódik, ferde lejtő esetében is, ezért a súrlódási erő mindig $\mu_1 G$. Ha a sík pályán rendesen (nem blokkolva) fékezett kocsiról, vagy guruló kocsiról van szó, de a lejtőre befékezett kocsit állítunk, akkor μ nem egyenlő μ_1-gyel, ezért (1) és (2) kifejezések nem kapcsolhatók össze.

2. *Körpályán keringő űrhajós a Földnek mindig ugyanazon pontja felett van. A Föld mely pontjaira teljesíthető ez a feltétel? Mekkora sebességgel kering az űrhajó?*

Megoldás: A körpálya középpontja a Föld középpontjában van, ezért a pálya síkjának a Föld felszínével való metszete egy főkör. A Föld felszínén levő pontok közül csak azok mozognak a Föld tengelyforgása alkalmával főkörön, amely pontok az egyenlítőn vannak. Ebből következik, hogy a feltétel csak a Föld egyenlítőjén levő pontokra teljesíthető, és az űrhajónak az egyenlítő síkjában kell keringenie.

A körpályán állandó sebességgel keringő űrhajó centripetális ereje a tömegvonzási erő. Az űrhajó tömegéhez képest a Föld tömege igen nagy, ezért a Föld középpontja állónak tekinthető. Egyenlővé tesszük a centripetális erőt a tömegvonzási erővel:

$$\frac{fmM}{r^2} = m\omega^2 r;$$

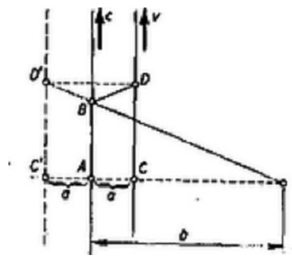
itt M a Föld, m az űrhajó tömege, r az űrhajó középpontjának a Föld középpontjától való távolsága, ω a szögsebesség, f a gravitációs állandó. Rendezve:

$$r = \sqrt{\frac{fM}{\omega^2}}.$$

Látható, hogy a szögsebesség és a keringési rádiusz között szoros összefüggés van. A mi esetünkben ω-nak egyeznie kell a Föld tengelykörüli forgásának szögsebességével. Pontosan számítva a Föld tengelykörüli forgásának ideje $T = 23$ óra 56 perc, a csillagnap. Ezért $\omega = 7{,}294 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{sec}^{-1}$, és az űrhajó pályasugara $r = 53\,000\,\mathrm{km}$. Valóságos sebessége $v = \omega r = 3{,}865 \cdot 10^5\,\mathrm{cm/sec} = 3{,}865\,\mathrm{km/sec}$.

A feladat megoldható Kepler III. törvényével is, ha felhasználjuk a Hold keringési idejét és pályasugarát.

3. *Állandó c sebességgel egyenes pályán haladó villamost a vele párhuzamosan haladó autóbusz megelőz. A két pálya távolsága a. Az autóbusz indexének tükörképe a villamos függőleges síkú ablakán látható. Az utca autóbusz felőli oldalán* *levő ház ablakában álló megfigyelő, kinek szeme az indexszel egy magasságban van, az autóbusz indexét az előzés alatt végig a villamos ablakának ugyanazon helyén látja. Mekkora sebességgel halad az autóbusz? A megfigyelő a villamos tükröző ablakának síkjától $b < a$ távolságra van. Mennyiben módosul a jelenség, ha a megfigyelés emeleti ablakból történik?*



2. ábra

Megoldás: A valóságos autóbusz mozgása helyett tekinthetjük virtuális képének a mozgását a villamos pályájának túlsó oldalán, ugyancsak a távolságban. (2. ábra.) A virtuális tükörkép ugyanolyan gyorsan mozog, mint a tárgy, ezért azalatt, míg a valóságos autóbusz C-ből D-be jut, tükörképe C'-ből D'-be kerül. Ha azt akarjuk, hogy a tükröződés a villamos ablakának ugyanazon pontján menjen végbe most is, akkor a villamosnak ezalatt A-ból B-be kellett kerülnie. AB és $C'D'$ távolságok a sebességek arányában állanak, ezért, v-vel jelölve az autóbusz sebességét:

$$v : c = (a - b) : b.$$

Innen az autóbusz sebessége:

$$v = \frac{a+b}{b} \cdot c = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \cdot c.$$

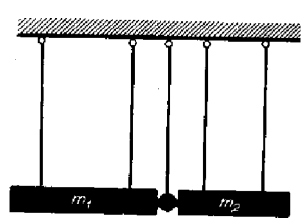
Az emeleti ablakból történő megfigyelés ezen mit sem változtat, mert az autóbusz virtuális képe mindenképp ugyanúgy mozog, akárhonnan nézzük is. Csak a villamos tükröző ablaka legyen elég nagy méretű, hogy rákerülhessen az a B pont, amelyben a visszaverődés végbemegy.

A II. forduló feladatai:

1. *Áramvezető szakadásánál a két vezető végződés között szigetelő nyélre erősített fémgömbbel szállítjuk át a töltést. A fémgömb sugara* 1 cm , *és percenként* 54*-szer érintjük hol az egyik, hol a másik vezető végződéséhez. Hány* ohm *ellenállást jelent az így áthidalt szakadás? (A fémgömb kapacitását úgy számíthatjuk ki, mint szabadon álló gömbét.)*

Megoldás: ϱ cm rádiuszú gömb kapacitása faradban $C = \dfrac{1}{9 \cdot 10^{11}} \cdot \varrho$. Ha a drótok végződése között U volt feszültségkülönbség van, akkor egy érintéskor az 1 cm rádiuszú gömbbe $\dfrac{U}{9 \cdot 10^{11}}$ coulomb megy bele. Ezt a töltést percenként 54-szer visszük át, ezért az 1 másodperc alatt átvitt töltés, vagyis az áramerősség $I = \dfrac{54}{60} \cdot \dfrac{U}{9 \cdot 10^{11}} = \dfrac{U}{10^{12}}$ ampere. Ohm törvénye alapján a helyzet olyan, mintha időbeli átlagban állandó erősségben $R = \dfrac{U}{I} = 10^{12}$ ohmos ellenálláson folyna át az áram.

2. *Két ingaszerűen felfüggesztett, súlyos vasrúd között fonálon teljesen rugalmatlan anyagú golyó függ. Ennek tömege a vasrudak tömegéhez képest elhanyagolható. A vasrudak tömege m_1 és m_2, $(m_1 > m_2)$. Az egyik vasrudat elhúzzuk úgy, hogy súlypontja h-val magasabbra kerüljön, majd elengedjük. A képlékenyen alakítható golyócska az ütközés folytán összelapul. Melyik rúd ütköztetésekor lapul jobban össze a golyó, ha h mindkét esetben egyforma? A kapott eredmény alapján vonjunk le következtetést a kalapáccsal való alakítás hatásfokának feltételeire!*



3. ábra

Megoldás: Az adott magasságból való indítás adott ütközési sebességet jelent. A közbeakasztott golyó feltétlenül rugalmatlanná teszi az ütközést, mert ez a golyó maradandó deformálódása közben nem hoz létre olyan rugalmas erőt, amely a vasrudakat ütközés után szétdobná. m_1 és m_2 tömegű, c_1 és c_2 sebességű testek rugalmatlan ütközésekor az ütközés utáni közös sebesség:

$$c = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2}{m_1 + m_2}.$$

A rugalmatlan ütközésre nem érvényes a mechanikai energiamegmaradás törvénye, és az ütközés utáni mozgási energia kevesebb az ütközés előtti összes mozgási energiánál. A mozgási energia csökkenése:

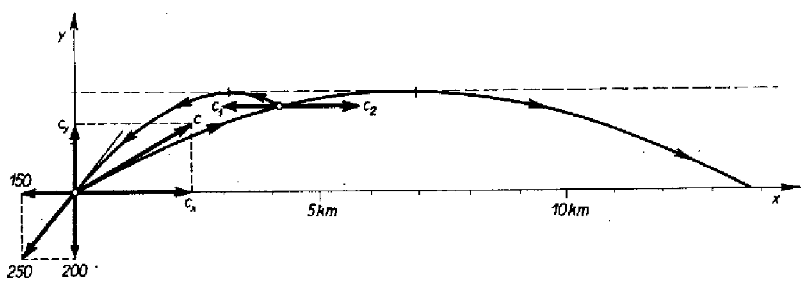
$$\Delta E = \frac{1}{2}\cdot m_1c_1^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2c_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\cdot\frac{(m_1c_1+m_2c_2)^2}{(m_1+m_2)^2} = \\ = \frac{1}{2}\cdot\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot(c_1-c_2)^2.$$

A mozgási energia csökkenése alakul át deformációs munkává, tehát annál eredményesebb a kalapálás, minél nagyobb a ΔE mennyiség. Képletünk c_1 és c_2-ben szimmetrikus; így a golyócska belapulása szempontjából mindegy, hogy a kisebb vagy a nagyobb tömeget ütköztetjük hozzá ugyanazzal a sebességgel a másik, álló tömeghez. Azonban a nagyobb tömegnek csak nagyobb munkabefektetés árán tudunk ugyanakkora sebességet adni, mint a kisebbnek, ezért előnyösebb, ha a kisebb tömeg a kalapács és a nagyobb az üllő. Ha m_2 a kalapács, akkor c_2 ütési sebesség elérése érdekében $0{,}5\,m_2c_2^2$ mozgási energiát kell ütés előtt a kalapácsnak adni. A kapott deformációs munkát előbbi képletünk adja meg $c_1 = 0$ mellett. A kalapácsolás hatásfoka a deformációs munka és a befektetett energia hányadosa:

$$\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot c_2^2}{0{,}5m_2c_2^2} = \frac{m_1}{m_1+m_2} = \frac{1}{1+\frac{m_2}{m_1}}.$$

Látható, hogy a hatásfok annál jobb, minél kisebb az m_2 kalapácstömeg az m_1 üllőtömeghez képest. A valóságban az üllő tömegéhez hozzászámítandó a Föld tömege is.

3. *Vízszintes terepen* $30°$*-os szög alatt* 400 m/sec *sebességgel lövedéket lövünk ki. A röppálya egyik pontjában a lövedék két darabra robban szét. A két darab egyszerre ér földet; az egyik pontosan a kilövés helyén csapódik be* 250 m/sec sebességgel. *Milyen magasan történt a robbanás? (A légellenállás és a robbanó töltet tömege elhanyagolható, a szabadesés gyorsulását vegyük* $10\ \mathrm{m/sec^2}$*-nek.)*



4. ábra

Megoldás: Először ismerjük meg a robbanás nélküli hajítás lefolyását. Az indítási sebesség függőleges összetevője $c_y = c\sin\alpha = 200$ m/sec, vízszintes összetevője $c_x = c\cos\alpha = 346$ m/sec. Az emelkedés ideje $c_y : g = 20$ sec, a hajítás teljes ideje 40 sec. Ez alatt a lövedék $346\cdot 40 = 13\,840$ m távolságig jut el. (4. ábra.) Az emelkedés magassága $c_y^2 : 2g = 2000$ m.

A lövedék szétrobbanása esetén a szilánkok közös súlypontja változatlanul repül tovább. Mivel a szétrobbanás után a két darab egyszerre ér földet, ebből következik, hogy a robbanás vízszintes irányban dobta szét a lövedék két részét, különben a sebesség függőleges összetevője a két repeszdarabnál különbözőképp módosult volna, és a két rész nem érhetett volna egyszerre földet.[1]

Tehát a robbanás által adott sebesség vízszintesen, balra irányuló c_1 sebességgel lökte meg a baloldali repeszdarabot. Ezért ez a baloldali repeszdarab ettől kezdve $c_1 - 346$ nagyságú sebességgel balra mozog. A robbanás nem befolyásolta a függőleges sebesség-összetevőt, tehát mindegyik szilánk földre érésekor a függőleges sebesség-összetevő ugyanaz a 200 m/sec, amellyel induláskor felfelé indult el. Tudjuk a baloldali szilánkról, hogy kiindulási pontjához 250 m/sec sebességgel érkezik vissza, mely sebesség vízszintes összetevője $c_1 - 346$, függőleges összetevője 200 m/sec. Pythagoras tétele szerint:

$$250^2 = (c_1-346)^2 + 200^2,$$

innen $c_1 = 496$ m/sec, és a visszaérkezéskor meglevő sebesség vízszintes összetevője $c_1 - 346 = 150$ m/sec.

A robbanás az indulás után t másodperckor következett be. E pillanattól a mozgás végéig tartó $40 - t$ másodperc alatt a baloldali repeszdarab $150(40-t)$ métert, a közös súlypont $346(40-t)$ métert tett meg vízszintes irányban, az x tengely mentén. E két távolság összege a hajítás teljes távolsága, vagyis $346\cdot 40 = 13\,840$ méter:

$$150(40-t) + 346(40-t) = 346\cdot 40.$$

[1] Mivel az egyik darab pontosan a kilövés helyén csapódik be, a vízszintes robbanás iránya az eredeti hajítás síkjába kell hogy essék.

Az egyenlet megoldása megadja a robbanás időpontját: $t = 12{,}096$ sec. A robbanás helyének magassága $y = 200 \cdot 12{,}096 = 1650$ méter, az indulási ponttól mért távolsága $x = 346 \cdot 12{,}096 = 4185$ méter.

Mivel a robbanás a függőleges sebesség-összetevőre nem volt befolyással, ezért a szilánkok ugyanúgy 2000 méter magasságig emelkednek, mintha nem történt volna robbanás, és a 40. másodpercben érnek földet. A baloldali szilánk pályájának megrajzolása lehetséges az indulási pont, a robbanási pont és a 2000 méter magasságban fekvő csúcsérintő alapján. Megkönnyíti a rajzolást annak ismerete, hogy a visszatérés pillanatában olyan szögben csapódik be a baloldali szilánk, melynek tangense 200 : 150. A jobboldali szilánk szétdobódási sebessége, a szilánkok tömegaránya a feladat adatai alapján nem határozhatók meg.

Az 1962. évi Országos Középiskolai Fizikai Verseny eredménye:

I. díj megosztva: *Pellionisz András* IV. o. t. (Budapest, Apáczai Csere J. g.)
Varga Lajos IV. o. t. (Budapest, Petőfi S. g.)

II. díj: *Vesztergombi György* IV. o. t. (Budapest, Piarista g.)

III. díj: *Góth László* IV. o. t. (Budapest, Könyves Kálmán g.)
Szegi András IV. o. t. (Budapest, II. Rákóczi F. g.)

Könyvjutalamban és dicséretben részesültek: 1) *Kóta József* IV. o. t. (Tatabánya, Árpád g.), 2) *Pável Dezső* IV. o. t. (Bp., Petőfi S. g.), 3) *Simonovits Miklós* IV. o. t. (Bp., Radnóti M. g.), 4) *Niedermayer Ferenc* IV. o. t. (Bp., Vörösmarty M. g.), 5) *Lánc József* III. o. t. (Bp., I. István g.), 6) *Fazekas Patrik* III. o. t. (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g.), 7) *Kéry Gerzson* IV. o. t. (Sopron, Széchenyi I. g.), 8) *Dögei Ferenc* IV. o. t. (Debrecen, Fazekas M. g.), 9) *Gillemot László* IV. o. t. (Bp., József A. g.), 10) *Kálmán Béla* IV. o. t. (Debrecen, Tóth Á. g.), 11) *Ligeti Csák* IV. o. t. (Bp., Apáczai Csere J. g.), 12) *Németh István* IV. o. t. (Bp., Bolyai J. g.), 13) *Széchenyi Kálmán* IV. o. t. (Bp., Piarista g.), 14) *Máté Eörs* IV. o. t. (Szeged, Radnóti M. g.)

Dicséretben részesültek: 1) *Baffia László* IV. o. t. (Bp., Könyves Kálmán g.), 2) *Balikó Béla* IV. o. t. (Sopron, Széchenyi I. g.), 3) *Bánhidi János* IV. o. t. (Bp., Toldi F. g.), 4) *Gáspár Rezső* IV. o. t. (Debrecen, Kossuth L. g.), 5) *Kiss Ildikó* IV. o. t. (Bp., Teleki Bl. g.), 6) *Lipcsey Zsolt* III. o. t. (Bp., Petőfi S. g.), 7) *Mayr Endre* IV. o. t. (Zalaegerszeg, Ságvári E. g.), 8) *Nagy Dénes* Lajos IV. o. t. (Bp., II. Rákóczi F. g.), 9) *Opalényi Mihály* IV. o. t. (Bp., Piarista g.), 10) *Popper Gábor* IV. o. t. (Bp, Bolyai J. g.), 11) *Rácz Mátyás* IV. o. t. (Bp., Piarista g.), 12) *Reé Eőrs* IV. o. t. (Bp., Piarista g.), 13) *Reuss Pál* IV. o. t. (Bp., József A. g.), 14) *Sári Pál* IV. o. t. (Bp., II. Rákóczi F. g.), 15) *Szőnyi László* IV. o. t. (Bp., II. Rákóczi F. g.), 16) *Tungler Antal* IV. o. t. (Bp., I. István g.), 17) *Vidor Tamás* IV. o. t. (Bp., Madách I. g.), 18) *Vincze Imre* IV. o. t. (Bp., Hengersor u. 34. g.), 19) *Zalán Péter* IV. o. t. (Aszód, Petőfi S. g.).