Megfigyelések, tapasztalatok

Közismert jelenség, hogy ha egy mágnes közelébe vasdarabot viszünk, a mágnes érezhető erővel magához igyekszik azt vonzani. – Ezt a tényt szemléletesen úgy fejezzük ki, hogy a mágnest *mágneses erőtér* veszi örül. Hasonlót tapasztalunk az elektromosan töltött test közelében is, ha másik elektromosan töltött testtel közeledünk hozzá. Tehát az elektromosan töltött testet is erőtér veszi körül. Ezt *elektromos erőtér*nek nevezzük.

Ha egy felemelt téglát elengedünk, az a Föld felé esik, mert a Föld vonzza. Éppen e miatt a vonzóerő miatt van a téglának súlya: nehéz a tégla, mint mondjuk. Így van ez nemcsak a Föld felszínén, hanem a Földet körülvevő térben is. Azonban nemcsak a Föld vonzza a téglát, hanem az egyik tégla is vonzza a másikat. Csak ez az erő igen kicsi, és finom mérőeszközökkel (Eötvös-féle inga) mutatható csak ki. De fennáll és kimutatható! Newton nyomán ezt a jelenséget „általános tömegvonzásnak” nevezzük. – Ezek alapján mondhatjuk, hegy minden testet, és így a Földet is erőtér, az úgynevezett *gravitációs* vagy *nehézségi erőtér* veszi körül. – A következőkben igyekszünk a Föld gravitációs erőteréről minél szemléletesebb, mintegy „távlati” képet adni. Ez elő fogja segíteni az elektromos és mágneses erőterek alapfogalmainak (térerő, potenciál) mélyebb megértését is.

A térerő

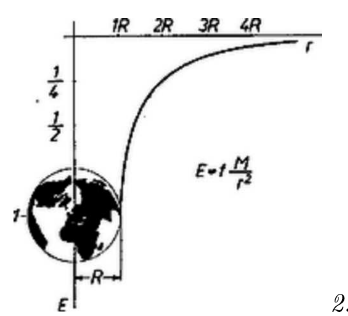
Ha a Földet körülvevő nehézségi erőteret egy rugós mérlegre akasztott 1 g-os testtel bejárnánk, érdekes dolgot tapasztalnánk. A Föld felszínén, illetve pontosabban a Párizs melletti Sévres-ben erőmérőnk pontosan 1 p-ot mutatna, másutt azonban általában nem ennyit. Ha a Föld középpontjától 2 földsugárnyira eltávolodnánk, ott már csak 1/4 p-ot, 3 földsugárnyira 1/9 p-ot, 10 földsugárnyira 1/100 p-ot mutatna. Mindezt röviden úgy mondjuk, hogy a térerő, mely mindenütt a Föld középpontja felé mutat, 2-szer, 3-szor, 10-szer nagyobb távolságban 4-szer, 9-szer, 100-szor kisebb. (L. 1. ábra.)

Jelekben:

$$E = f\frac{M}{x^2},$$

ahol f a gravitációs állandó, M a Föld tömege, x pedig a Föld középpontjától számított távolság.

1. ábra



2. ábra. A térerő a Föld középpontjától 2-szer, 3-szor … nagyobb távolságban 4-szer, 9-szer kisebb

Ha a térerő nagyságát, mint a távolság függvényét ábrázoljuk, és a Föld felszínén 1-nek vesszük, akkor a 2. ábra görbéjét kapjuk. Az X tengely a Föld középpontjától számított távolság földsugarakban, az Y tengely pedig a térerő, a Föld felszínén egységnek véve. A görbe jól szemlélteti, hogy a térerő a távolsággal milyen rohamosan csökken. Elvileg bármilyen távolban is van, gyakorlatilag azonban nem túl nagy távolságban már elhanyagolhatóan kicsi. Pl. 60 földsugárnyira a Föld középpontjától (ekkora nagyjában a holdpálya sugara) a térerő, és így a testek súlya is már 3600-szor kisebb, mint a Föld felszínén. Ilyen távolságban pl. egy 72 kp-os ember mindössze 20p-ot „nyomna”.

Szóról-szóra így jellemezhetnénk az elektromos és a mágneses teret is a térerő fogalmával, csak akkor dinamométerünkre nem 1 g-os tömeget, hanem a pozitív töltésegységet, ill. az egységnyi északi pólust kellene „akasztanunk”.

A potenciál

Sokszor nem az érdekel bennünket, hogy mekkora erő hatna ránk a Földtől egy bizonyos távolságban, pl. 1000 km magasságban, hanem inkább az, hogy *mennyi munka árán*, mennyi energia fölhasználásával *juthatnánk el oda.*

Tudjuk, hogy ha a Föld felszínén 1 kp-ot 1 m-rel magasabbra emelünk, akkor 1 mkp munkát végzünk. Azt gondolhatnánk, hogy ha 1 kp-ot 1000 km (1 millió m) magasra emelünk, akkor a végzett munka 1 millió mkp. – Az előbbiek alapján azonban már tudjuk, hogy ez nem így van. Hisz a Földtől távolabb a vonzóerő egyre kisebb lesz: a távolság négyzetével fordítottan arányos a térerő, és így 1–1 m-rel továbbvíve az 1kg-os testet, egyre kevesebb munkát kell végeznünk.

Vizsgáljuk meg a kérdést pontosabban. Legyen az m tömegű test a Föld felszínén (tehát a Föld középpontjától R távolságban). Ekkor a rá ható erő: $P_1 = f\cdot\frac{M\cdot m}{R^2}$. Egy bizonyos h magasságban (a Föld középpontjától r távolságban) a rá ható erő már csak: $P_2 = f\cdot\frac{M\cdot m}{r^2}$. Miközben felemeltük a testet, a $h = r-R$ úton munkát végeztünk. Bizonyítható, hogy a végzett munkát akkor kapjuk meg helyesen, ha az elmozdulást a kezdő- és végpontban ható erők mértani középarányosával szorozzuk meg. Tehát miközben a testet h magasságra fölemeljük, a végzett munka:

$$L = \sqrt{P_1\cdot P_2}\cdot h = \frac{f\cdot M\cdot m}{r\cdot R}\,(r-R) = f\cdot M\cdot m\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right). \tag{1}$$

Ebből a formulából egyszerű helyettesítéssel könnyedén megkapjuk az m tömegű test tetszőleges h magasságba való felviteléhez szükséges munkát.

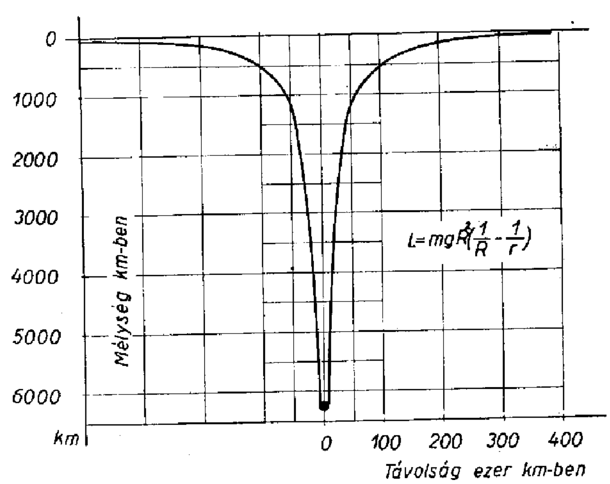
Még érdekesebb az a kérdés, hogy *mennyi munka árán szabadíthatjuk ki a testet a Föld vonzóköréből.* Ha az előbbi formulában r minden határon túl nő, akkor az $1/r$ tag nullának vehető, és elhagyható. Tehát ezt az egyszerű formulát kapjuk:

$$L = f\cdot\frac{M\cdot m}{R}. \tag{2}$$

Igen szemléletes jelentést kap ez a formula – és mi most éppen a szemléletességet keressük –, ha az ismert $m\cdot g = f\cdot\frac{M\cdot m}{R^2}$ összefüggésből $f\cdot M$-et kifejezzük, és a (2) formulába helyettesítjük:

$$f\cdot M = g\cdot R^2,\qquad \text{tehát:}\qquad L = m\cdot g\cdot R. \tag{3}$$

A Föld felszínéről egy testet a végtelenbe (nagyon messzire) elvinni ugyanannyi munkába kerül, mint egy olyan mély kútból, mint a Föld sugara, a Föld felszínére felhozni, a testre ható erőt a kút egész mélységében állandónak tételezve föl. (Jól tudjuk, hogy az utóbbi feltétel a valóságban nem teljesül. Ez azonban a kép szemléletességét nem zavarja. A valóságban a Föld belsejében befelé haladva a térerő állandóan kisebbedik, és a Föld középpontjában nulla. Hisz a „felül”-hagyott tömegrészecskék ellenkező irányban vonzzák a testet.)



3. ábra. A Föld gravitációs kútja

A 3. ábrán mindjárt ebben a szemléletes értelmezésben ábrázoljuk a Föld nehézségi erőterét, „gravitációs kútját”. A vízszintes tengelyre a Föld középpontjától való távolságot (r) mértük fel a nagyobb szemléletesség kedvéért mindkét irányban szimmetrikusan, a függőleges tengelyre pedig a végzett munkát. A lépték azt a távolságot jelzi, melyből a testet ugyanannyi munka árán hozhatjuk fel. Ha tehát egy űrhajót akarunk kiszabadítani a Föld nehézségi erőteréből, azaz kijuttatni a világűrbe, ahhoz annyi munkát kell végeznünk, mintha egy 6370 km mély kútból akarnánk azt kiemelni. Nagyon érdekes, az ábrából is leolvasható az a tanulság, hogy ha pl. 100 000 km magasságra már felvittük az űrhajót, akkor a munka zömét már elvégeztük. Még érdekesebb, de az ábrából már egy kissé nehezebben olvasható le az a következtetés (kiszámítani annál könnyebb az 1. formulából!), hogy ha a testet a Földtől egyetlen földsugárnyira elvittük, akkor a szükséges munkának a felét már elvégeztük.

Más energiaegységekben is kifejezhetjük a végzett munkát. Ha pl. egy kg szenet akarunk a Föld felszínéről a bolygók közti térbe kivinni, a végzendő munka 14 700 kcal. Figyelemre méltó, hogy ugyanakkor 1 kg jó minőségű szénből is csak 7000 kcal hőenergiát nyerhetünk. A szén tehát mint fűtőanyag aligha jöhet számításba a fázó űrhajósok számára.

Milyen sebességű lövedék hagyná el a Földet?

Verne idejében még úgy gondolták, hogy az űrhajókat majd az ágyúgolyóhoz hasonlóan indítják: egy bizonyos kezdősebességgel kilövik, és az űrhajó az e réven nyert mozgási energiájának fölhasználásával fogja elhagyni a Föld nehézségi erőterét. Egyszerű okoskodással többféleképpen is kiszámíthatjuk az ehhez szükséges kezdősebességet, ha az egyébként nem jelentéktelen közegellenállástól eltekintünk.

Az I. formula fölhasználásával könnyen kiszámíthatjuk azt a kezdősebességet, mellyel az m tömegű testet a Föld felszínéről h magasságba (R távolságból $r = R + h$ távolságba) fel lehet juttatni. Nyilván

$$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = f \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right).$$

Ebből a már előzőleg is használt helyettesítéssel kapjuk:

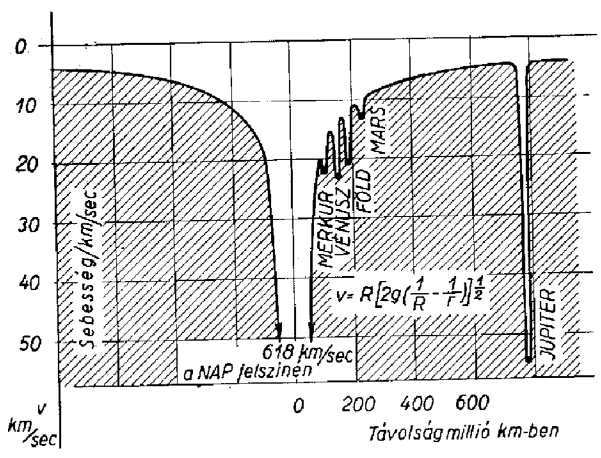
$$v = R \cdot \sqrt{2g\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)}. \tag{4}$$

Ahhoz, *hogy a test elhagyja a Föld nehézségi erőterét*, az előzőkben már előbb használt okoskodással kapjuk, hogy a következő sebesség szükséges:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}.$$

Ezt az ún. „szökési sebességet” már minden másodikos szemléletesen is értelmezni tudja: éppen *akkora sebesség, amekkorát a test nyerne, ha az előzőkben már megismert „gravitációs kút”-ba beleejtenénk.* Ez természetesen már az energiamegmaradás törvényének is következménye.

A 4. ábra a Napnak és néhány bolygójának „gravitációs kútját” ábrázolja sebesség léptékben. A vízszintes tengely a Naptól való távolság millió km-ekben, a függőleges tengely pedig az illető helyről a végtelenbe való távozáshoz szükséges sebesség km/sec -ban. Az egész ábra mintegy a Naprendszerünkről való metszet. A bolygók természetesen általában nincsenek egy egyenesben, mint az ábrán.



4. ábra. A Naprendszer gravitációs kútja sebesség léptékben

Az ábráról leolvashatjuk, hogy a Föld nehézségi erőterének elhagyására a már megismert 11,18 km/sec-os kezdősebesség szükséges. Tekintélyes sebesség ez, hiszen a páncéltörő ágyú golyója is alig 1 km/sec-os kezdősebességgel indul. A hang sebessége pedig alig több, mint 1/3 km/sec. Mégis 11,18 km/sec-os kezdősebességgel indulva a Föld felszínéről, mint a 4. ábra figyelmes tanulmányozásával láthatjuk, csak a Föld gravitációs kútjából sikerül kijutnunk. Ekkor még továbbra is bent vagyunk a Nap gravitációs kútjában. Csak azért nem zuhanunk bele, mert megtartjuk a Földön is már meglevő igen jelentős Nap körüli kerületi sebességünket. Ha a Nap gravitációs kútjából is ki akarunk szabadulni, akkor a Földről kereken 23 km/sec kezdősebességgel kell indulnunk. (A Jupiternek az ábrán látható feltűnően mély gravitációs kútja nagy tömegéből adódik.)

Visszafelé nézve talán még szemléletesebb a 4. ábra, és több érdekes tanulsággal is szolgál. Mi történik a világűrből Naprendszerünkbe betévedt meteorral, avagy egykor a „hazafelé” tartó űrhajóval? Ha nincs számottevő kezdősebessége, akkor gyorsulva megindul a Nap „gravitációs kútjának” lejtőjén. Ha elkerüli a bolygók „apróbb” gravitációs kútjait, akkor hatalmas, 618 km/sec-os végsebességgel belezuhan a Napba. Ha beletéved pl. a Föld gravitációs kútjába, akkor a Föld felszínére 23 km/sec-os sebességgel csapódnék be. Azért mondom, hogy csapódnék, mert a Földet az ilyen, a világűrből tulajdonképpen állandóan folyó kozmikus bombázás ellen szerencsére kitűnő páncél védi: a légkör. Ebben a nagy sebességgel becsapódó meteorok legnagyobb része mint „hulló csillag” elég. – Hogy a világűrből egykor majd hazatérő űrhajót hasonló sors ne érje, a motorjainak ellenkező irányba való bekapcsolásával kell lefékeznie hatalmas és veszélyes sebességét. A hazatérést megnehezítik még a Földet körülvevő, napjainkban felfedezett Van Allen-féle sugárzási zónák is.

Tehát az eddigiek alapján háromféleképpen is alkothatunk magunknak szemléletes képet a Földet körülvevő nehézségi erőtérről:

1. az 1 g-os testre a tér különböző pontjaiban ható erő alapján,

2. azon munka alapján, melyet végeznünk kellene, hogy az 1 g-os testet a tér valamely pontjából a végtelenbe elvigyük,

3. végül azon elképzelés alapján, hogy mekkora kezdősebességgel kellene indítanunk a testet, hogy ne essen vissza a Földre. – Ezen szemléletes képek segítségével jobban bele tudjuk magunkat élni a közeljövő űrutasainak helyzetébe.

Kovács Mihály