Az x szám akkor és csakis akkor gyöke (1)-nek, ha az $y=[x]$ szám gyöke az

$$y^2+ky+l=0 \tag{2}$$

egyenletnek. Kell tehát, hogy ennek az egyenletnek legyen egész gyöke. Mivel a két gyök összege $-k$, tehát szintén egész, ez csak úgy teljesülhet, ha mindkét gyök egész. Jelöljük ezeket n-nel és m-mel, feltehetjük, hogy $n \leq m$. Így (1) megoldásainak halmaza a balról zárt, jobbról nyílt $[n, n+1)$, $[m, m+1)$ intervallumok egyesítése. Ez akkor lesz egyetlen számköz, ha a két intervallum vagy csatlakozik egymáshoz, vagy ha azonosak, azaz ha $m=n+1$, vagy $m=n$.

A gyökök és együtthatók összefüggése alapján az első esetben

$$k=-(2n+1), \qquad l=n(n+1),$$

a második esetben

$$k=-2n, \qquad l=n^2.$$

Az első esetben k páratlan, és $n=-\dfrac{k+1}{2}$, ezért

$$l=\frac{k^2-1}{4},$$

a második esetben k páros, és $n=-\dfrac{k}{2}$, ezért

$$l=\frac{k^2}{4}.$$

Ezeknek az összefüggéseknek kell fennállniuk az együtthatók között k paritása szerint, közös alakjuk:

$$l=\left[\frac{k^2}{4}\right].$$

Pl. $k=10$ (és $l=25$) esetén (1)-et a $[-5,-4)$ intervallum számai elégítik ki, $k=-7$ (és $l=12$) esetén pedig a $[3,5)$ intervallum számai.

Gönczi István (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.)