A IV. (1962. évi) Nemzetközi Matematikai Diákolimpia

A *Csehszlovák Szocialista Köztársaság Művelődésügyi Minisztériuma* és a 100 éves fennállását ünneplő *Csehszlovák Matematikai és Fizikai Egyesület* 1962. július 7–16. között rendezte meg a IV. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát. A versenyen a *Szovjetunió,* a *Bolgár Népköztársaság,* a *Csehszlovák Szocialista Köztársaság,* a *Lengyel Népköztársaság,* a *Magyar Népköztársaság,* a *Német Demokratikus Köztársaság* és a *Román Népköztársaság* 8–8 tanulója és 2–2 vezetőjük vett részt. Az 56 versenyző közül 4 volt leány.

A verseny július 10 és 11-én folyt le České Budějovice közelében, a Hluboká várkastélyban. A tételek a következők voltak:

I. dolgozat (júl. 10., munkaidő 4 óra)

1. Keressük meg azt a legkisebb n természetes számot, amelynek a tízes számrendszerben felírt alakja 6-ra végződik, és ha ezt az utolsó 6-os számjegyet töröljük, de egyidejűleg a többi megmaradt számjegy elé egy 6-ost írunk, akkor n-nek négyszeresét kapjuk.

2. Határozzuk meg az összes olyan x valós számot, amely kielégíti a

$$\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}>\frac{1}{2}$$

egyenlőtlenséget.

3. Adott az $ABCDA'B'C'D'$ kocka; két szemben fekvő lapja $ABCD$ és $A'B'C'D'$, ahol $AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD'$. Az X pont állandó sebességgel futja be az $ABCD$ négyzet kerületét a felírt körüljárási irányban, míg az Y pont ugyanakkora sebességgel a $B'C'CB$ négyzet kerületét futja be, szintén az itt felírt körüljárási értelemben. Az X és az Y pont ugyanabban a pillanatban indul el az A, illetve a B' pontból. Mi az XY szakasz Z felezőpontjának mértani helye?

II. dolgozat (júl. 11., munkaidő 5 óra)

4. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x=1.$$

5. Adott egy k kör három különböző pontja: A, B és C. Jelöljük ki szerkesztéssel ennek a körnek azt a D pontját, amelyre az $ABCD$ négyszög érintőnégyszög. (A szerkesztéshez csak körző és vonalzó használható.)

6. Jelentse r egy tetszőleges egyenlő szárú háromszög köré írható kör sugarát, ϱ pedig a bele írható kör sugarát. Bizonyítsuk be, hogy a két kör középpontja

$$d=\sqrt{r(r-2\varrho)}$$

távolságra esik egymástól.

7. Az $SABC$ tetraéderről annyit tudunk, hogy öt olyan gömb van, melyek mindegyike érinti a tetraéder valamennyi élét, illetőleg azok meghosszabbítását. Bizonyítsuk be, hogy

a) az $SABC$ tetraéder szabályos;

b) megfordítva: bármely szabályos tetraéder esetén létezik öt olyan gömb, amely az említett tulajdonsággal rendelkezik.

Az olimpia eredménye:

I. díjat nyertek: *Joszif Bernstejn* (Szovjetunió), *Kéry Gerzson* (Sopron, Széchenyi I. gimn.), *Lídija Goncsarova* (Szovjetunió) és *Sebestyén Zoltán* (Celldömölk, Berzsenyi D. gimn.).

II. díjat nyertek: *Kóta József* (Tatabánya, Árpád g.), *Gálfi László* (Budapest, I. István g.), *Marcin Kuczma* (Lengyel NK.), *Gheorghe Eckstein* (Román NK.), *Szidarovszky Ferenc* (Budapest, Fazekas M. gyak. g.), *Alexandru Buimovici* (Román NK.), *Bojan Marinov* Bonev (Bolgár NK.), *Alekszej Potyepun* (Szovjetunió), *Grigorij Margulisz* (Szovjetunió), *Peter Hatala* (Csehszlovák Sz. K.), *Gheorghe Lustig* (Román NK.) és *Karl–Heinz Tetsch* (Német D. K.).

III. díjat nyertek: *Miroszlav Szvetloszlalov Tanusev* (Bolgár NK.), *Jaroslav Ježek* (Csehszlovák Sz. K.), *Jacek Wolejszo* (Lengyel NK.), *Bozsidar Dimitrov Kacarov* (Bolgár NK.), *Benczúr András* (Budapest, Fazekas M. gyak. g.), *Simonovits Miklós* (Budapest, Radnóti M. gyak. g.) *Jan Rempala* (Lengyel NK.), *Lucian Badescu* (Román NK.), *Florea Hantila* (Román NK.), *Gennadij Kuranov* (Szovjetunió), *Josef Daneš* (Csehszlovák Sz. K.), *Ewa Hensz* (Lengyel NK.), *Radu Puha* (Román NK.), *Danyijar Mustari* (Szovjetunió), *Karel Vesely* (Csehszlovák Sz. K.).

Lugossy Jenő művelődésügyi miniszterhelyettes Budapesten aug. 30-án fogadta a nyertes magyar versenyzőket, megköszönte jó szereplésüket és jutalmat adott át nekik, az I., II., III. díjasoknak sorra egyenként 1200, 800, ill. 600 Ft-ot.