Számtani tanulmányai során mindenki megismerkedett azokkal az eljárásokkal, amelyek segítségével az osztás elvégzése nélkül megállapítható, hogy valamely adott szám osztható-e a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokkal és 10-nek hatványaival. Kevesebben ismernek már eljárást a 7-tel és a 11-gyel való oszthatóság eldöntésére, pedig ezek közül az elsőre használatos egyik eljárás egy bármely 5-tel nem osztható páratlan számra általánosítható módszernek speciális esete. Tudvalevően a 7-tel való oszthatóság megvizsgálása történhetik úgy, hogy az adott szám utolsó számjegyének kétszeresét az utolsó jegyével megrövidített számból kivonjuk; ha a kapott különbség osztható 7-tel, akkor az eredeti szám is, ha pedig a különbség nem osztható 7-tel, akkor az eredeti szám sem. Természetesen az eljárást a különbségre ismételhetjük és addig folytathatjuk, míg oly kis számhoz nem érünk el, amelynek 7-tel való oszthatóságát már könnyen eldönthetjük.

Pl. osztható-e 32 039 7-tel?

$$\begin{array}{l}
3203|9\\
18\\
\overline{318|5}\\
10\\
\overline{30|8}\\
16\\
\overline{14} \quad \text{osztható 7-tel, tehát } 32\,039 \text{ is.}
\end{array}$$

Hasonló eljárást – bár erre egyszerűbb mód is van – a 11-gyel való oszthatóság eldöntésére is alkalmazhatunk, itt az utolsó számjegyet magát kell a megrövidített számból levonnunk, nem pedig a 2-szeresét. Pl. osztható-e 11-gyel 285 714?

$$\begin{array}{l}
2\,8571|4\\
4\\
\overline{2\,856|7}\\
7\\
\overline{284|9}\\
9\\
\overline{27|5}\\
5\\
\overline{22} \quad \text{osztható 11-gyel, tehát } 285\,714 \text{ is.}
\end{array}$$

Mint tudjuk, ebben az esetben egyszerűbb vizsgálati mód az, ha összeadjuk a páratlan, majd a páros sorszámú helyeken álló jegyeket (a sorszámok a szám végéről, jobbról értendők), s azt nézzük, hogy e két összeg különbsége osztható-e 11-gyel[1]. Előbbi példánkban ez teljesül is:

$$(4+7+8)-(1+5+2)=19-8=11.$$

A fenti eljárást bármely olyan számra kiterjeszthetjük, amelynek valamely többszöröse 1-re végződik. Nem alkalmazható tehát sem páros, sem 5-tel osztható számra, azonban minden más számra igen. Megkeressük a számnak 1-gyel végződő többszörösét, ebből elhagyjuk az 1-est, így megkapjuk azt a számot, amellyel az adott szám utolsó jegyét szoroznunk, majd ezt a szorzatot a megrövidített számból kivonnunk kell. – Mivel 7-nek 3-szorosa 21, 11-nek pedig 1-szerese 11, ezért kellett a szorzószámot az elsőnél 2-nek, a másodiknál 1-nek vennünk.

Annak eldöntésére, hogy pl. 958 341 osztható-e 17-tel, keressük 17-nek egy 1-re végződő többszörösét. A legkisebb ilyen $51 = 3 \cdot 17$, tehát 5 alkalmas szorzószám.

$$\begin{array}{l}
95834|1\\
5\\
\overline{9582|9}\\
45\\
\overline{953|7}\\
35\\
\overline{91|8}\\
40\\
\overline{51} \quad \text{osztható 17-tel, tehát } 958\,341 \text{ is osztható vele.}
\end{array}$$

[1] Lásd pl. K. M. L. 21 (1960) 145. o.

Az oszthatóság eldöntésére szolgáló általános eljárásnak a fentiek alapján való megfogalmazását és ennek bizonyítását az olvasóra bízzuk. (Lásd az 1156. sz. feladatot.)

Radványi László