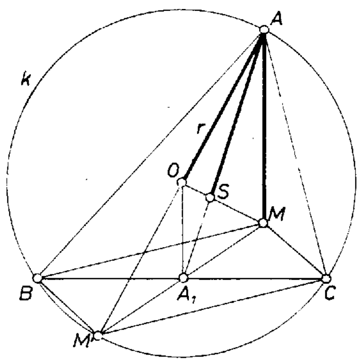
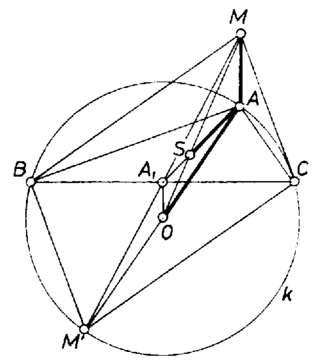
Legyen a keresett ABC háromszög körülírt köre k, súlypontja S, magasságpontja M, k középpontja O. Az $AO = r$, $AS = s_0$, $AM = m_0$ szakaszokból kell megszerkeszteni a háromszöget.

Jelöljük a BC oldal felezőpontját A_1-gyel, M tükörképét A_1 -re M'-vel. Ekkor BM', CM' a CM, ill. BM tükörképe, s így merőleges AB-re, ill. AC-re. Eszerint B és C az AM' szakasz fölötti Thalész-körön van. Ez a kör tehát azonos k-val. Így azt nyertük, hogy a magasságpontnak a BC oldal felezőpontjára vonatkozó M' tükörképe a háromszög köré írt körön van, annak az A csúccsal átellenes pontja. Eszerint az AMM' háromszögben A_1 és O oldalfelező pontok. Így $A_1O = AM/2 = m_0/2$.

Az elemzés a következő szerkesztésre vezet: az $AA_1 = s_a = 3s_0/2$, $A_1O = m_0/2$, $OA = r$ távolságokból háromszöget szerkesztünk, O körül A-n át k kört húzunk. Ebből metszi ki az OA_1-re A_1-ben állított merőleges B-t és C-t.





Ha a háromszög létrejön, egyértelműen meg van határozva és megfelel a feltételeknek. Jelöljük ugyanis k-nak A-val átellenes pontját M'-vel, M' tükörképét A_1-re M-mel. Ekkor $AM \parallel OA_1 \perp BC$, $AM = 2\ OA_1 = m_0$ és $BM \parallel M'C$, mert tükörképek A_1-re, de $M'C \perp AC$, mert AM' átmérő k-ben. Így AM is, BM is magasságvonal, M tehát az ABC háromszög magasságpontja.

A háromszög létrejön, ha az r, $3s_0/2$, $m_0/2$ távolságokra teljesülnek a háromszög-egyenlőtlenségek, megengedve az egyenlőség jelét is, mert A, O és S egy egyenesen is lehetnek (egyenlő szárú háromszög esetén), továbbá ha $OA_1 = m_0/2 < r$, A_1 a k belsejében van. Megengedhetjük az $m_0 = 0$ esetet is, ami az A-ban derékszögű háromszögeket adja, ekkor azonban $s_0 = 2r/3$ kell hogy legyen, és a feladat határozatlanná válik, minden $2r$ átfogójú derékszögű háromszög megoldása.

Megjegyzés. Az AMM' háromszögnek MO is súlyvonala, így átmegy S-en és $MS : SO = 2 : 1$. Eszerint egy háromszög magasságpontja, súlypontja és körülírt körének középpontja egy egyenesen van ebben a sorrendben, és a súlypont a másik két pont közti szakasznak a körülírt kör középpontja felőli harmadoló pontja. Ezt az egyenest nevezik a háromszög Euler-egyenesének. Ha megfordítva, ezt a tételt ismerjük, ebből könnyen adódik az $OA_1 = m_0/2$ összefüggés és a fenti szerkesztés.