

Szilárd testekre vonatkozó dinamikai feladatok megoldásánál mindig a három Newton-féle törvényre támaszkodunk. Ezek alapján állapítjuk meg a működő erőket, és ezekből következnek a legfontosabb tételek, mint például az energia-megmaradás törvénye a helyzeti és mozgási energia összegére. Felmerül a kérdés, hogy vajon folyadékok mozgásánál is elég-e a három Newton-féle törvényre támaszkodni, vagy újabb alaptörvényeket kell-e keresnünk. A felelet: elég a három Newton törvény. Ez azért is érdekes, mert folyadéktömegek esetén a vizsgált tömeg alakja változókéony, sőt lehetőség van valamely térfogatban elhelyezkedő tömeg folyamatos változására is. (Ilyen például a vödörben levő víz tömege, ha a vödör lyukas.) Két példán szeretnők megmutatni, hogy az áramlásoknál fellépő erőhatásokat hogyan lehet a Newton törvények alapján meghatározni.

Az előzőek mutatják, hogy a Newton törvények alkalmazási területe milyen széleskörű; de természetesen a szilárd testekhez hasonlóan nagyon nagy sebességek esetén itt is módosulnak a törvények a relativitáselmélet szerint.

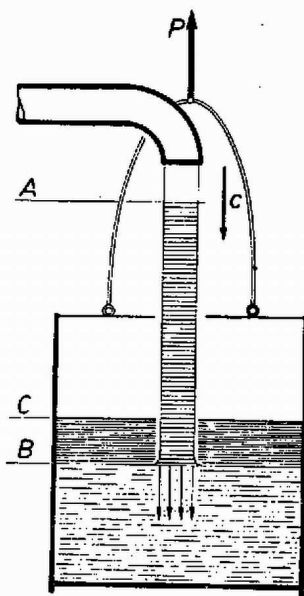
Példáinkban az ún. tökéletes folyadékkal számolunk. Ez azt jelenti, hogy a folyadékot három tulajdonsággal ruházzuk fel:

- A teret egyenletesen kitöltő anyag (tehát eltekintünk a molekuláris szerkezettől).
- Tökéletesen összenyomhatatlan.
- A folyadékrészek közt súrlódás nem ébred.

A Newton-féle törvények érvényesek súrlódásos folyadékokra is, ha a súrlódóerőt számításba vesszük; és érvényesek összenyomható közegekre is, ha számolunk a térfogatváltozásokkal. Fenti kikötéseinket csak azért tesszük, hogy ezekkel ne kelljen számolni, és a legegyszerűbb viszonyokat lássuk. Idealizálásunk azért is jogos, mert a gyakorlatban legtöbbször előforduló folyadék: a víz elég jól megközelíti a tökéletes folyadék tulajdonságait. Példáinkban tehát mindig vízre fogunk gondolni.

1. *példa.* Egy vödörbe víz ömlik. A 10 l-es vödröt a $c = 5$ m/mp sebességgel érkező folyadéksugár egyenletesen tölti fel 5 mp alatt. Mekkora erővel kell tartani a vödröt?

Ha nem ömlelnék be víz, akkor a vödör és a víz együttes súlyát kellene tartani. A beömlő folyadéksugár lefékezésére erő szükséges. Legyen ez: P . Az *akció-reakció törvény* értelmében a folyadéksugár ugyanekkora erővel nyomja a vödörben levő víztömeget (és ezen keresztül a vödröt) lefelé. Célunk ennek az erőnek a meghatározása. A fröcsköléstől és hullámozástól eltekintünk, úgy képzeljük, mintha a folyadéksugár egyenletesen szétterülne a vízfelszínen. *Newton második törvényét* a $P = m \cdot a$ alakban közvetlenül alkalmazni nem tudjuk. A törvénynek van egy másik alakja is. Eredetileg Newton szerint egy testre ható erőt az impulzusának időegységre eső változásából kell kiszámítani. Ebben a formájában a törvényt könnyen tudjuk alkalmazni a következő gondolatmenet szerint:



A Newton törvényében szereplő „test” jelenleg egy folyadéktömeg lesz. Vizsgáljuk azt a víztömeget, mely t_2 időpillanatban a vödörben van, és azt C szintig tölti fel. Egy előző t_1 időpillanatban ez a folyadéktömeg az A szint alatt van. A $t_2 - t_1$ idő alatt az AB szintek közti folyadéksugár (tömege legyen: m) a vödröt a C szintig tölti fel és sebessége c -ről nullára változik. Az általunk vizsgált víztömeg egy része tehát sebességváltozást szenvedett. Ez Newton szerint csak úgy lehetséges, ha rá erő hat. Az egyetlen test, amivel a víztömeg kapcsolatban van, a vödör. Tehát a vödör erőhatást gyakorol a víztömegre, és ennek hatására lefékeződik a vízszög. – Célunk éppen ennek a P erőnek meghatározása. – Mivel a $t_2 - t_1$ idő alatt a B szint alatti víztömeg sebessége nem változott, ezért az általunk vizsgált víztömeg impulzusváltozása a $t_2 - t_1$ idő alatt: $m \cdot c$. Az erőt az időegységre vonatkoztatott impulzusváltozás adja, tehát:

$$P = \frac{m \cdot c}{t_2 - t_1}.$$

Képletünkben szerepel az $m/(t_2 - t_1)$ hányados. Ez nem más, mint az időegység alatt a vödörbe érkező tömeg; jelöljük q -val. Mivel a vízszugár a vödört egyenletesen tölti fel, q értéke a feltöltés alatt nem változik. Értékét kiszámítjuk abból, hogy 5 mp alatt 10 l víz érkezett, ennek tömege 10 kg, tehát:

$$q = \frac{m}{t_2 - t_1} = \frac{10 \text{ kg}}{5 \text{ sec}} = 2 \text{ kg/sec.}$$

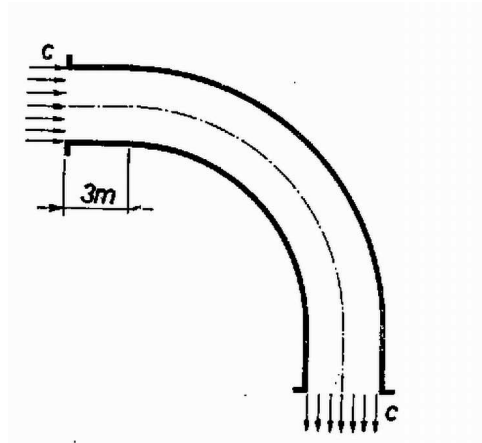
Az erő tehát: $P = q \cdot c$. Esetünkben: $P = 2 \text{ kg/sec} \cdot 5 \text{ m/sec} = 10 \frac{\text{kg m}}{\text{sec}^2} = 10 \text{ newton} = \frac{10}{9,81} \text{ kp} \approx 1 \text{ kp}$.

A megtelés alatt tehát bármely időpillanatban 1 kp-dal nagyobb erővel kell tartani a vödört, mint amennyi a vödör és a benne pillanatnyilag levő víz együttes súlya.

A számításunkban szereplő P erőt impulzuserőnek nevezik. Ha egy folyadéksugárban az időegység alatt érkező tömeg q és sebessége c , akkor a folyadéksugár lefékezésére – például a sugárra merőlegesen elhelyezett lappal – mindig $P = q \cdot c$ impulzuserő szükséges. Képletünket könnyű megjegyezni az erő dimenziójának tényezőkre bontásával, mert:

$$[\text{erő dimenziója}] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{sec}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} = [q \text{ dimenziója}] \cdot [\text{sebesség dimenziója}]$$

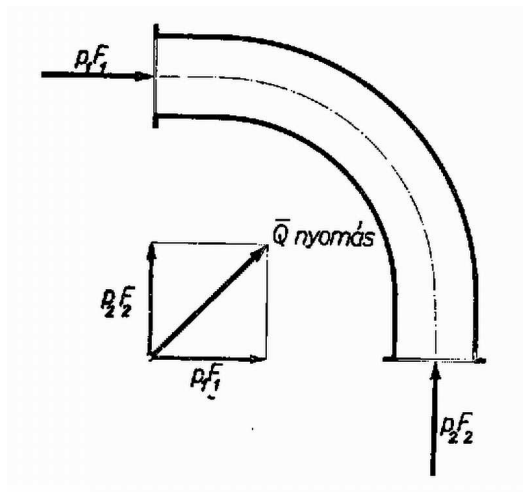
2. példa. Egy körkeresztmetszetű csővezeték vízszintes síkú könyökében víz áramlik. Mekkora az áramlásból származó, a könyökre ható erő? A cső keresztmetszete $F = 0,5 \text{ m}^2$, a vízsebesség $c = 3 \text{ m/mp}$. A nyomás a belépőfelületen a külső légköri nyomásnál $0,2 \text{ kg/cm}^2$ -rel nagyobb. Mivel a cső keresztmetszete nem változik, ezért a ki- és belépésnél a víz ugyanakkora sebességgel áramlik. Számítsuk ki először a másodpercenként érkező víztömeget.



Egy másodperc alatt a könyök belépő felületénél elhelyezkedő vírzészek 3 m utat tesznek meg. Ekkor közöttük és a belépő felület között helyezkedik el az 1 mp alatt beáramlott víztömeg. Ennek térfogata $0,5 \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 1,5 \text{ m}^3$, ennek tömege 1500 kg. Tehát $q = 1500 \text{ kg/sec}$. (Ez a levezetésünk általánosan $q = s \cdot F \cdot c$ képletet adja, ahol s a sűrűség.)

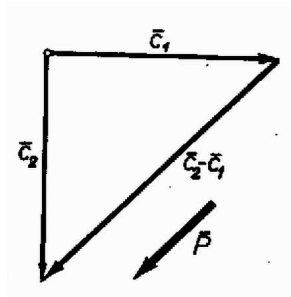
Tisztázzuk továbbá a nyomásviszonyokat. A belépésnél $0,2 \text{ kp/cm}^2$ túlnyomás uralkodik. Mivel tökéletes folyadékról beszélünk, ezért az áramlás súrlódásmentes. A belépő folyadéktömeg c sebességgel és p nyomással érkezik, a kilépésnél csak úgy lehet ugyanakkora energiája, ha ott is p nyomás uralkodik. (Súrlódásos folyadék esetén a súrlódóerők révén ennek az energiának egy része hővé alakul, tehát a kilépésnél kisebb nyomás uralkodik. Súrlódásmentes folyadéokra a Bernoulli törvényéből is következik előző megállapításunk; lásd a tankönyvekben.) E miatt a $0,2 \text{ kp/cm}^2$ túlnyomás miatt akkor is hat erő a könyökre, ha a benne levő folyadéktömeg áll.

Képzletben emeljük ki könyökünket a csővezetékéből, és zárjuk le mindkét végén. Ekkor kívülről minden oldalról a külső légnyomás hat, a könyökre ható erő egyenlő a levegő felhajtóerejével, ezt a többi nagy erőkhöz képest elhanyagoljuk. Ha most figyelembe vesszük, hogy a végeken nem a légköri nyomás hat, hanem ehhez képest túlnyomás, akkor nyilvánvaló, hogy fellépnek a $p_1 \cdot F_1 = p_2 \cdot F_2 = 0,2 \text{ kp/cm}^2 \cdot 0,5 \text{ m}^2 = 1000 \text{ kp}$ erők. A két erő eredője esetünkben $Q_{\text{nyomás}} = 1000 \text{ kp} \cdot \sqrt{2} = 1414 \text{ kp}$.



Könyökünkre másodsorban erő hat azért, mert a könyök a víztömeget más irányba tereli. Ez az erőhatás úgy nyilvánul meg, hogy az áramlásban a könyök belső felületén a nyomás változik, mégpedig a könyök nagyobb sugarú ívén nagyobb, mint a belső kisebb sugarú ívén. A nyomás alakulásának kiszámításához egy sor hidrodinamikai ismeret lenne szükséges. Az erőhatást azonban enélkül is ki tudjuk számítani, mégpedig kétféle módon. (Itt említtem meg, hogy a nyomás különböző alakulása miatt a sebességek is változnak a könyök különböző pontjain, és eddig hallgatólagosan kihasználtuk azt, hogy a könyök be- és kilépő felülete a görbült résztől már olyan messze van, hogy a sebességeloszlás egyenletes, vagyis a sebességek a keresztmetszet minden pontján egyenlők.)

Először gondoljuk meg, hogy a könyökön való áthaladás közben a víz mekkora sebességváltozást szenved. A sebességek vektorok; a $\vec{c}_2 - \vec{c}_1$ sebességváltozás a kilépő és belépő sebességből vektorosan szerkesztendő. Nagysága – mint egy négyzet átlója – $3\sqrt{2}$ m/sec.

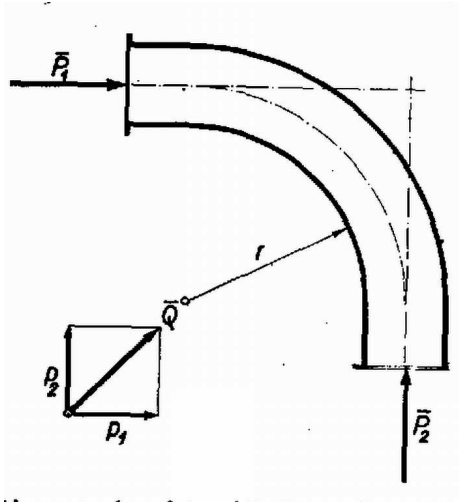


Az erőhatás a könyökön átáramló víztömeg másodpercenkénti impulzusváltozásából adódik, tehát:

$$P = q \cdot |\vec{c}_2 - \vec{c}_1| = 1500 \text{ kg/sec} \cdot 3\sqrt{2} \text{ m/sec} \approx 6350 \text{ newton} \approx 648 \text{ kp.}$$

Az így kapott \vec{P} erő az, amellyel a könyök a folyadékot sebességváltozásra kényszeríti. Az akció–reakció törvény értelmében a víz $\vec{Q} = -\vec{P}$ erővel hat a könyökre.

Második módszerünk bonyolultabb gondolatmenettel ugyan, de az erő hatásvonalát is meg fogja adni. Képzeljünk el a ki- és belépő felületen a vízsugarak impulzuserőit, és bontsuk a folyamatot két részre: A könyök egyrészt a belépő folyadékot a \vec{c}_1 sebességről lefékezi, ezáltal rá $\vec{P}_1 = q \cdot \vec{c}_1$ impulzuserő hat, másrészt a kilépő folyadékot \vec{c}_2 sebességre gyorsítja fel, tehát rá $\vec{P}_2 = -q \cdot \vec{c}_2$ erő hat.



Az impulzuserők hatásvonalát a cső be- és kilépő középvonalán véve fel, azt kapjuk, hogy az eredő erő hatásvonala átmegy a könyök íveinek a középpontján. Nagysága akkora, amekkorának előző számításunk adta.

A \vec{P}_1 és \vec{P}_2 erő szerepének és irányának megvilágítására képzeljük el, hogy az áramlást a könyök után fékezni kezdjük. Ekkor az egész csőben lassul az áramlás, mivel a folyadéktömeg összenyomhatatlan. A könyökben levő víztömeget a könyök utáni tömeg a \vec{P}_2 erő irányába eső erővel fékezi, a könyök előtti víztömeg a könyökben levőt a \vec{P}_1 irányába eső erővel igyekszik maga előtt tolni. Fékezéskor tehát a könyökben levő víztömegekre éppen az általunk számított impulzuserők irányába eső erők hatnak.

A könyökre ható erők összege, mivel $\vec{Q}_{nyomás}$ és \vec{Q} egyirányúak: $Q_{nyomás} + Q \approx 1414 + 648 = 2062$ kp.

Ezen az utóbbi példán látjuk, hogy ha egy vízsugarat irányából elterelünk, akkor az az elterelő testre erőhatást gyakorol. Ez a vízturbinák elve is: a turbinába áramló vizet az ún. járókerékben elterelve, pontosabban: impulzusváltozásra kényszerítve, a járókerékre impulzuserő fog hatni. Ez az erő forgatja a járókereket és a hozzákapcsolt többi géprészt. A vízturbinák különböző alakjaira vonatkozólag itt csak a tankönyvben szereplő olvasmányra utalok.