A *Bolyai János Matematikai Társulat* az évről évre szokásos *Arany Dániel* tanulóversenyeket a *Művelődésügyi Minisztérium* támogatásával kezdők és haladók részére két–két fordulóban ez évben március 31-én és május 15-én rendezte, mindkétszer 4 órai munkaidővel. Az I. fordulón 230 iskola 2011 kezdő és 226 iskola 1850 haladó versenyzője adott be dolgozatot. A feladatok:

Kezdők részére: **1.** Oldjuk meg x-re a következő egyenletet:

$$\frac{p}{q}-\frac{px}{qx-1}=\frac{q}{p}-\frac{qx}{px-1}. \tag{1}$$

p és q milyen értékeinél van gyöke az egyenletnek?

2. Szerkesszük meg az ABC háromszöget, ha ismerjük A-nál levő szögét, B-ből kiinduló súlyvonalát és C-ből kiinduló magasságvonalát. Magyarázzuk meg a szerkesztés minden lépését.

3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 7-tel osztható háromjegyű szám utolsó két számjegye egyenlő, akkor számjegyeinek összege szintén osztható 7-tel.

Haladók részére: **1.** $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}=?$

2. Legyen az ABC szabályos háromszög köré írt kör középpontja O, és a kör A pontjából kiinduló átmérőjének másik végpontja D. Rajzoljuk meg az A, illetőleg D középpontú (félkörnél kisebb) BC köríveket. Legyen e két körív egy–egy pontja P, illetőleg Q. Bizonyítsuk be, hogy ha P és Q pontok egyenlő távol vannak a BC oldaltól, akkor egyenlő távol vannak az O ponttól is.

3. Egy derékszögű háromszög befogói mint átmérők fölé köröket rajzolunk. A derékszög csúcsán átmenő tetszőleges egyenesnek a körökkel való második metszéspontja legyen a P, ill. Q pont. Mi azon derékszögű háromszögek harmadik csúcsainak mértani helye, melyeknek átfogója a PQ szakasz, befogóik pedig párhuzamosak az adott háromszög befogóival?

A verseny *Központi Bizottsága* – részben a lapunk pontversenyén elért eredményt is figyelembe véve – a II. fordulóra 87 iskola 167 kezdő és 58 iskola 93 haladó versenyzőjét hívta be, közülük 12-t, ill. 31-et a pontverseny eredménye alapján. A döntő forduló feladatai:

Kezdők részére. **1.** Bizonyítsuk be, hogy minden többjegyű négyzetszámban van legalább két különböző számjegy.

2. Rajzoljuk meg azt a négy kört, amelyek érintik egy háromszög oldalegyeneseit (vagyis a beírt kört és a hozzáírt köröket). Bizonyítsuk be, hogy a beírt és bármelyik hozzáírt kör negyedik közös érintője párhuzamos a másik két hozzáírt kör negyedik közös érintőjével.

3. Egy köralakú versenypályának egy pontjából egyszerre, egyirányban elindult három futó. Az első 6 perc alatt utolérte (leközözte) a másodikat, 10 perc alatt a harmadikat. Hány perc alatt érte utol a harmadik a másodikat? (A futók sebességét tekintsük egyenletesnek, a pálya szélességét hagyjuk figyelmen kívül.)

Haladók részére. **1.** Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} x^3y^2z&=2 \qquad & z^3u^2x&=32\\ y^3z^2u&=8 \qquad & u^3x^2y&=\ \ 8 \end{aligned} \tag{2}$$

2. Bizonyítsuk be, hogy 6 egymás után következő egész szám között mindig van olyan, mely az összes többihez képest relatív prím!

3. Egy derékszög csúcsa O, szárai a és b. Az A és B pontok úgy mozognak az a és b félegyeneseken, hogy $AO+OB$ állandó. Az AB átmérőjű körön úgy jelöljük ki a C pontot, hogy OC legyen párhuzamos AB-vel. Mi a C pontok mértani helye?

A *kezdők* (I. osztályosok) *versenyének* döntőjéről a *Központi Bizottság* jelentése megállapítja, hogy a verseny eredményes volt. Legjobb eredményt Gerencsér László, a budapesti Rákóczi Ferenc gimnázium tanulója ért el. Ő volt az egyetlen, aki a legnehezebbnek bizonyult első feladatot is eredményesen közelítette meg, bár megoldása nem teljes. Kiemelkedően szép megoldást adott viszont a második feladatra, és helyesen oldotta meg a harmadik feladatot is. Dolgozatát a Bizottság *1. díjjal*, 250 Ft-tal jutalmazza.

Két feladat teljes megoldásáért *2. díjjal*, 150 Ft-tal jutalmazza a Bizottság Lőrincz Csabát, az orosházi Táncsics Mihály gimnázium tanulóját.

Ugyancsak két feladatot oldott meg – a másodikat kisebb hiányosságokkal – és ezért *3. díjat*, 100 Ft jutalmat kap Gáspár Sándor, a budapesti I. István gimnázium tanulója.

Kimutatás az 1961. évi Arany Dániel versenyek résztvevőiről és eredményeiről
megyék és iskolafajok szerint

(Első sor: kezdők versenye, második sor: haladók versenye)

Megye, város	I. fordulón részt vett				Döntőbe jutott				Eredmény						
	gimn.		ip. t.		gimn.		ip. t.		díj			dicséret		pont	
	isk.	tan.	isk.	tan.	isk.	tan.	isk.	tan.	I.	II.	III.	I.	II.	g.	i. t.
Bács-Kiskun	8	69	–	–	2	3	–	–	–	–	–	1	–	2	–
	10	99	–	–	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Baranya	6	103	3	25	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	6	71	2	24	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Békés	8	58	1	9	2	3	–	–	–	1	–	–	–	4	–
	7	71	1	10	–	–	1	2	–	–	–	–	–	–	–
Borsod, Miskolc	10	78	4	34	5	5	3	4	–	–	–	–	–	–	–
	10	67	4	35	5	8	1	1	–	–	1	1	2	7	–
Csongrád, Szeged	8	100	1	26	4	8	–	–	–	–	–	1	–	2	–
	8	66	1	15	6	10	–	–	–	–	–	1	1	3	–
Fejér	4	34	1	3	1	1	1	3	–	–	–	–	–	–	–
	4	42	1	2	1	1	1	1	–	–	–	–	–	–	–
Győr–Sopron	11	68	3	20	5	7	1	1	–	–	–	–	–	–	–
	13	135	3	38	3	4	–	3	–	1	–	1	–	6	–
Hajdú, Debrecen	8	59	2	10	3	10	2	3	–	–	–	–	–	–	–
	8	46	1	6	4	7	1	2	1	–	–	–	1	6	–
Heves	5	43	–	–	3	3	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	5	43	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Komárom	6	30	2	17	2	4	1	1	–	–	–	–	–	–	–
	6	28	1	7	1	1	1	1	–	–	–	–	–	–	–
Nógrád	4	24	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	4	23	–	–	1	3	–	–	–	–	–	–	1	1	–
Pest	7	57	1	1	4	8	1	1	–	–	–	2	–	2	2
	8	41	–	–	2	3	–	–	–	–	–	1	–	2	–
Somogy	6	61	1	4	1	1	–	–	–	–	–	1	–	2	–
	6	48	1	5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Szabolcs–Szatmár	10	47	–	–	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	10	60	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Szolnok	12	118	1	9	5	8	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	12	89	1	7	3	3	–	–	1	–	–	–	–	5	–
Tolna	6	30	1	5	1	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	6	32	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Vas	9	42	1	4	2	5	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	9	80	–	–	1	1	–	–	–	–	–	1	–	2	–
Veszprém	8	98	–	–	2	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	8	87	–	–	1	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Zala	2	9	1	10	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	1	3	1	18	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Budapest	49	512	20	194	28	64	6	18	1	–	1	2	–	12	–
	48	422	20	130	18	32	5	9	–	–	1	4	5	13	3
Összesen	187	1640	43	371	72	136	15	31	1	1	1	7	–	24	2
	189	1553	37	297	48	77	10	16	2	1	2	9	10	45	3

Dicséretben részesül két feladatot megközelítő teljesítményéért, vagy egy feladat kiemelkedő megoldásáért a következő hét tanuló: *Dénes Endre*, a nagykőrösi Arany János gimnázium, *Facsar Sándor*, a budapesti Rákóczi Ferenc gimnázium, *Kobzos László* a váci Lőwy Sándor gépipari technikum, *Kovács Árpád*, a szegedi Radnóti Miklós gimnázium, *Nagy Péter Tibor*, a kiskúnhalasi Szilády Áron gimnázium, *Róna György*, a kaposvári Táncsics Mihály gimnázium és *Szép András*, a budapesti Rákóczi Ferenc gimnázium tanulója. Eredményükért egyenként 30 Ft-os könyvutalványt kapnak.

A *haladók* (II. osztályosok) *versenye* ugyancsak eredményes volt. Az első feladatot a versenyzők többsége lényegében megoldotta, azonban a megoldások nagy része nem teljes, mert a négy gyökrendszer közül legtöbben csak egyet, esetleg kettőt adtak meg. A második feladatra 18 tanuló adott helyes megoldást. A harmadik feladatban, bár a keresett mértani helyet sokan felfedezték, mindössze 5 versenyző bizonyította be, hogy a felfedezett mértani hely pontjai a feltételeknek valóban eleget tesznek. Ők sem bizonyították azonban, hogy más pontok nem felelnek meg a feltételeknek. – E hiányosságoktól eltekintve mindhárom feladatra helyes megoldást adott:

Kiss Gábor, a debreceni Kossuth Lajos gyakorlógimnázium és

Szigeti Ferenc a kúnszentmártoni gimnázium tanulója.

Dolgozatukat a Bizottság 1. *díjjal*, 200–200 Ft-tal jutalmazta.

A 3. feladatra adott megoldásáért, az 1. feladat teljes megoldásáért és a 2. feladat részben helyes megoldásáért 2. *díjban*, 150 Ft jutalomban részesül FAZEKAS PATRIK, a mosonmagyaróvári Kossuth Lajos gimnázium tanulója.

A 3. és még egy további feladat helyes megoldásáért 3. *díjban*, 100 Ft jutalomban részesül RAISZ MIKLÓS (Miskolc, Földes Ferenc gimnázium) és SZIDAROVSZKY FERENC (Budapest, Fazekas Mihály gyakorlógimnázium).

Az 1. és 2. feladat helyes megoldásáért első dicséretben és 30 Ft-os könyvutalványban részesül: *Ámon Magdolna* (Győr, Zrínyi Ilona g.), *Csürös Miklós* (Nagykőrös, Arany J. g.), *Gács Iván* (Bp., Bánki D. gépip. t.), *Zs. Galgóczy Károly* (Szeged, Radnóti M. g.), *Kászonyi László* (Szombathely, Nagy Lajos g.), *Krokos János* (Miskolc, Kilián Gy. g.), *Lehel Jenő* (Bp., Apáczai Csere J. gyak. g.), *Mihályi Zoltán* (Bp., Rákóczi F. g.) és *Sólyom Ilona* (Bp., Veres Pálné g.).

Egy feladat teljes megoldásáért második dicséretben és 25 Ft-os könyvutalványban részesül *Abos Imre* (Bp., Rákóczi F. g.), *Fekete Sándor* (Balassagyarmat, II. sz. g.), *Gaul Géza* (Bp., József A. g.), *Gönczy László József* (Debrecen, Református g.), *Görbe Tamás* (Bp., Bem J. g.), *Jakab Sándor* (Bp., Puskás T. távk. techn.), *Kotsis Domokos* (Bp., József A. g.), *Lénárt Irén* (Szerencs, Bocskai I. g.), *Máté Attila* (Szeged, Dózsa Gy. ált. isk. VIII. o. t.) és *Szabó András* (Szerencs, Bocskai I. g.).

*

A múlt évi Arany Dániel kezdők versenyének döntőjében helyezést elért 11 tanuló közül 7 ezidén is bejutott a döntőbe, és közülük 6 helyezést ért el. A két döntő fordulóba jutottak közül 46 kezdő (27,5%) és 54 haladó (58,0%) volt lapunk pontversenyzője; a helyezést elért 10 kezdő közül pedig 8 (80%), a 24 haladó közül 19 (79%). – A díjakat, dicséreteket rendre 5, 4, 3, 2, 1 ponttal számítva 8 helyezett kezdő pontversenyzőnk 22 pontot szerzett, az összpontszám 84,5%-át; 19 helyezett haladó pontversenyzőnk pedig 42 pontot, az összpontszám 87,5%-át. A pontversenyünk alapján a döntőbe jutott 12 kezdő közül senki sem szerzett pontot, a 13 haladó közül 11 szerzett 21 pontot. – A pontozás nem hivatalos.