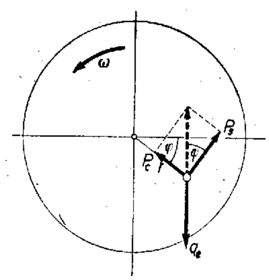
Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat minden év őszén versenyt rendez azok számára, akik abban az évben érettségiztek. A verseny ideje 5 óra és minden segédeszköz használható. Az 1959. évi Eötvös-verseny október 31-én folyt le. Ismertetjük a verseny feladatait és megoldásuk gondolatmenetét.

1. feladat: *Vízzel telt nagy henger vízszintes helyzetű tengelye körül állandó szögsebességgel forog. A víz teljes mennyisége ugyanazzal a szögsebességgel mozog. A vízbe apró fémgolyót teszünk. A golyócska a víz forgása következtében nem süllyed a henger faláig, hanem a földhöz viszonyítva egyensúlyi helyzetben lebeg. Melyik körnegyedben helyezkedik el a fémgolyócska? (Megokolással). Állapítsuk meg pontosan a fémgolyócska helyét! (A közegellenállási erő dinben egyenesen arányos a golyó rádiuszával és a viszonylagos sebességgel, az arányossági szorzó $k = 0{,}2$, ha a sebességet cm/sec-ban, a golyó rádiuszát cm-ben mérjük.) Mi történik fagolyó esetében? Felvehető számértékek: golyó rádiusza 1 mm, fémgolyó esetében a sűrűség $1{,}7\ g/cm^3$ (magnézium), fagolyó esetében $0{,}3\ g/cm^3$, a szögsebesség $\omega = 10\ sec^{-1}$.*

Megoldás: A ϱ rádiuszú, d_f sűrűségű, $V = 4{,}19\ \varrho^3$ térfogatú, $q = 4{,}19\ \varrho^3 d_f$ tömegű golyó helyzetét φ szög és r távolság határozza meg. A golyóra három erő hat.



1. ábra

a) A súlyerő, amely a súly és az Archimedes törvényéből következő felhajtóerő különbsége. Ha a folyadék sűrűsége d_0, akkor ennek az erőnek a nagysága $q_e = 4{,}19\ \varrho^3(d_f - d_0)g$. Iránya fémgolyó esetében függőlegesen lefelé mutat.

b) A közegellenállási erő, amely arányos a víz $v = \omega r$ sebességével és az érintő irányában mutat; nagysága $P_s = k\varrho\omega r$. ($k = 0{,}2$ az arányossági szorzó.)

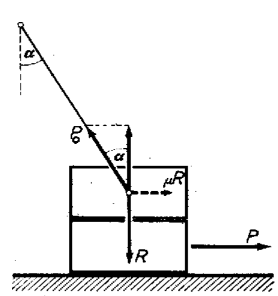
c) A golyó tömegére nem hat centrifugális erő, mert a golyó nem mozog. A centrifugális erő nem a viszonylagos sebesség következménye, hanem a Földhöz, (valamely tehetetlenségi rendszerhez képest) létező sebesség következménye. Ellenben centrifugális erő hat a vízre és ez az erő a víz minden részecskéjét kifelé viszi. Kifelé vinné azt a vizet is, amelynek helyét a golyó foglalja el. Ezért, úgy mint a hidrosztatikában a felhajtóerő, itt a golyót körülvevő víz centrifugális ereje következtében a golyóra egy erő hat, amely a rádiusz mentén befelé, a középpont felé akarja elmozdítani és amelynek nagysága akkora, mint amekkora centrifugális erő hatna egy vízből álló golyócskára:

$$P_c = 4{,}19\ \varrho^3 d_0\, \omega^2 r.$$

A golyó akkor van egyensúlyban, ha e három erő eredője nulla. Az ábrából látható, hogy $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{P_c}{P_s} = \dfrac{4{,}19\ \varrho^3 d_0}{k\varrho}\cdot\omega = \dfrac{4{,}19\varrho^2 d_0}{k}\cdot\omega$. Azonkívül $\cos\varphi = \dfrac{P_s}{q_e} = \dfrac{k\varrho\omega r}{4{,}19\ \varrho^3(d_f - d_0)g}$, innen $r = \dfrac{4{,}19\ \varrho^2(d_f - d_0)g\cos\varphi}{k\omega}$. Számadataink szerint $\varphi = 64°30'$ és $r = 6{,}185$ cm. A fagolyó az átellenes körnegyedben foglalna el szimmetrikus helyet.

2. feladat: *Vízszintes alapon egymáson fekszik két, egyenként 5 kilós tégla. A felső tégla, fedőlapjáról kiinduló fonállal egy állandó ponthoz van rögzítve. A fonál a függőlegessel 30°-os szöget zár be. A súrlódási együttható mindenütt 0,2. Mekkora erővel lehet az alsó téglát vízszintesen elhúzni?*

Megoldás: A kötél a függőlegessel α szöget zár be. A fonálban ferdén felfelé P_0 erő húz, a felső tégla az alsót R erővel nyomja.



2. ábra

Ez a két mennyiség az ismeretlen. A két ismeretlen meghatározásához szükséges két egyenlet a függőleges és vízszintes erők egyenlőségéből adódik. Ha q a tégla súlya és μ a súrlódási együttható, akkor igaz, hogy P_0 vízszintes összetevője egyenlő a súrlódási erővel;

$$P_0 \sin\alpha = \mu R.$$

Másrészt a felső téglát az alsóhoz szorító erőt megkapjuk, ha a felső tégla súlyából levonjuk a P_0 fonálerő függőleges összetevőjét:

$$R = q - P_0 \cos\alpha.$$

Ennek az egyenletrendszernek a megoldása: (csak R-re van szükségünk)

$$R = \frac{q \sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}.$$

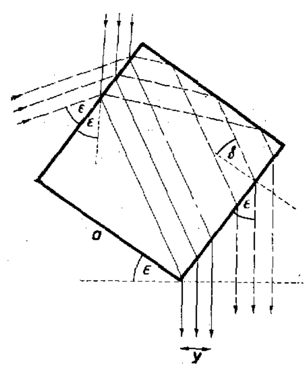
A leküzdendő súrlódási erő a húzott tégla felső oldalán μR, az alsó oldalán $\mu(q+R)$. Ezek összege a keresett teljes húzóerő:

$$P = \mu R + \mu(q+R) = \mu q \frac{\mu + 3\ \mathrm{tg}\ \alpha}{\mu + \mathrm{tg}\ \alpha}.$$

Feladatunk számadataival $P = 2{,}486$ kgs.

3. feladat: *Helyezzünk el tőlünk nagy távolságban egy üvegkockát. Nézzük a kockát az alaplap átlójának meghosszabbításából. Mit látunk a kocka belsejében? (Törésmutató* 1,5*) Mit látunk, ha a kockát az asztalon elforgatjuk?*

Megoldás: Vizsgáljuk rögtön azt az esetet, amikor a kocka elhelyezése nem szimmetrikus, és jobboldali oldallapja ϵ szöget zár be a felénk vezető fénysugarak irányával.



3. ábra

A messziről való nézés azt jelenti, hogy csak a kockából párhuzamosan kilépő fénysugarak lényegesek. Megfordítjuk a sugármenetet és a mi oldalunkról küldünk párhuzamos sugárnyalábot a kockára és azt keressük ezek fenn milyen módon hagynák el a kockát.

A kocka jobb alsó lapjához vezető párhuzamos sugarak egy része úgy megy át a kockán, mint párhuzamos falú üveglemezen. Ennek a sugárnyalábnak a szélessége y. A kocka oldallapjának a hosszúsága két részből tevődik össze:

$$\frac{y}{\sin\epsilon} + a\ \mathrm{tg}\ \delta = a.$$

Itt δ az üvegben létrejövő törési szög. Egyenletünkből $y = a\sin\epsilon(1 - \mathrm{tg}\ \delta)$. A töréstörvény szerint, ha n a törésmutató, $n = \dfrac{\cos\epsilon}{\sin\delta}$, ebből $\mathrm{tg}\ \delta = \dfrac{\sin\delta}{\sqrt{1-\sin^2\delta}} = \dfrac{\cos\epsilon}{\sqrt{n^2 - \cos^2\epsilon}}$, és számításunk eredménye

$$y = a\sin\epsilon\left(1 - \frac{\cos\epsilon}{\sqrt{n^2-\cos^2\epsilon}}\right).$$

Az y szélességű nyalábtól kifelé fekvő sugarak teljes visszaverődést szenvednek és, amint az ábrából könnyen megállapítható, baloldalt a kocka lapjához ϵ, a felénk tartó párhuzamos sugarak irányához képest 2ϵ szöggel haladnak.

A bal alsó oldalon kilépő, a kockán mint párhuzamos falú üveglemezen átment sugárnyaláb szélessége hasonló számítás alapján $x = a\cos\epsilon\left(1 - \dfrac{\sin\epsilon}{\sqrt{n^2-\sin^2\epsilon}}\right)$. Az ennél kijjebb haladó sugarak most is teljes visszaverődéssel kerültek be a kockába, ezek a felénk tartó sugárnyaláb irányához képest fordítva felmért 2ϵ szöggel haladnak.

Tehát a kockába nézve a felénk mutató függőleges él két oldalán a kocka mögötti részeket látjuk, de felcserélve. Az éltől távolabb fekvő sávokban az oldalt fekvő teret látjuk teljes visszaverődés révén, ugyancsak felcserélve az oldalakat.

Abban az esetben, ha $n \le \sqrt{2}\cos\epsilon$, a jobb oldalon kilépő nyaláb prizmaszerűen halad át a kockán. Ha $\epsilon = 45^\circ$, a két oldalon látott képek szimmetrikusak.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat az I. díjat nem adta ki. II. díjat nyert megosztva *Tusnády Gábor* (a sátoraljaújhelyi gimnáziumban Molnár Károly tanítványa) és *Magos András* (a budapesti II. Rákóczi Ferenc gimnáziumban Lantosy Károly tanítványa). III. díjat nyert *Dániel Gábor* (a budapesti piarista gimnáziumban Varga László tanítványa). Dicséretet kaptak *Losonczi László* (a miskolci Gábor Áron kohászati technikumban Schumann Sándor tanítványa), *Szabó Gyula* (a debreceni Fazekas Mihály gimnáziumban Nagy László tanítványa) és *Tatai Péter* (a budapesti I. István gimnáziumban Soós Károly tanítványa).