

**I. megoldás.** Először a szemben fekvő (közös csúccsal nem bíró) 3 él-pár (pálca-pár) összeállítási lehetőségeinek számát állapítjuk meg, majd azt, hogy a 3 ilyen pár hányféleképpen állítható össze teljes élvázzá.

A párokba állításban minden pálca szerepel. Az  $a$  hosszúságú pálca párját a többiek közül 5-féleképpen választhatjuk. Ha valahogy megválasztottuk, nézzük a maradék 4 pálca közül pl. a fenti felsorolásban először következőt. Ehhez még 3-féle párt választhatunk a maradék közül, és ekkor a ki nem választott 2 pálca alkotja a harmadik párt. Így mind az 5 elindulást 3-féleképpen folytathatjuk, tehát  $5 \cdot 3 = 15$  párokba állítást kapunk. Ezek már mind lényegesen különbözők, és minden lehetséges párokba sorolást megkaptunk.

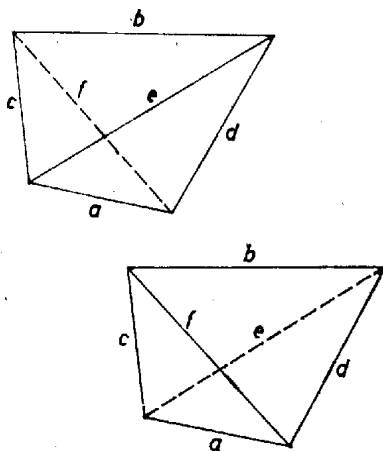
A továbbiakban elég pl. az  $ab, cd, ef$  párba állítást tekinteni, hiszen minden párosításból ugyanennyi teljes élvázat tervezhetünk. Az  $ab$  pár 4 különböző végpontja a tetraéder 4 csúcsa, így  $c$  mindenestre egyik végével  $a$ -hoz, a másikkal  $b$ -hez illeszkedik,  $d$  pedig  $a$  és  $b$  még szabad végpontjait köti majd össze. Az így keletkezett torz (azaz térbeli) négyszög 2-2 szemben levő csúcsa közül pl. az  $e$  pálca végpontjait 2-féleképpen szemelhetjük ki: vagy az  $ac$  és  $bd$  csatlakozásokat köti össze, vagy az  $ad, bc$  csatlakozásokat, és ezzel az  $f$  él végpontjai is kiadódtak. Bár mindegyik ilyen megválasztáshoz 2-féle megvalósítás gondolható a térben, pl. az előbbi első megválasztáshoz az 1. ábra szerint – a kettőnek a felülnézete egybevágó, de az egyikben  $e$ -t gondoljuk fölül, a másikban  $f$ -et –, azonban ez a két élváz a rajz síkjára való tükrözéssel egymásba megy át, tehát nem tekintendő különbözőnek.

Így a lehetséges élvázak száma nem lehet több  $15 \cdot 2 = 30$ -nál.

Szalontai Árpád (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

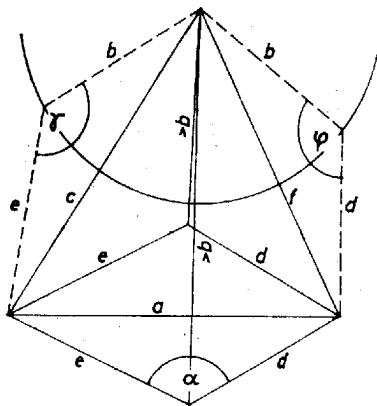
Horváth Miklós (Veszprém, Lovassy L. Gimn., I. o. t.)

*Megjegyzés.* A kapott 30-as szám csak felső korlát a képezhető élvázak számára. Előfordulhat ugyanis, hogy pl. az  $a$  élhez csatlakozó 2 háromszöget egy elrendezés esetén egy síkba fordítva – az  $a$ -nak ugyanarra és ellenkező oldalára is –, az  $a$ -ra nem illeszkedő két csúcs távolsága mindkét esetben kisebb, vagy mindkét esetben nagyobb, mint az  $a$ -val szemben elhelyezni kívánt hatodik él.



1. ábra

Nem jön létre pl. az 1. ábra szerinti tetraéder az  $a = 44, b = 24, c = 46, d = 23, e = 26, f = 42$  (egység) méretek mellett, mert az  $a, e, d$  háromszög mindkét lefordítottjának  $a$ -val szemben levő csúcsa  $b$ -nél nagyobb távolságban adódik az  $a, c, f$  háromszög  $a$ -val szemben levő csúcsától (2. ábra).



2. ábra

Abból is felismerhető, hogy nem mindig kapunk tetraédert, hogy az egy csúcsba összefutó 3 él közti szögek együtt többet tennének ki, mint  $360^\circ$ , ami lehetetlen. Az előbbi példában a  $b, e, d$  élek közti  $\gamma, \alpha, \varphi$  szögek mindegyike nagyobb  $120^\circ$ -nál (a  $b, c, e$  és  $f, b, d$  lapokat is belefördítettük az  $a, c, f$  lap síkjába).

*Simon Júlia* (Győr, Kazinczy F. Gimn., III. o. t.)

*Beck József* (Budapest, I. István Gimn., III. o. t.)

**II. megoldás.** Az alaplap három oldalát sorrend szerint  $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ -féleképpen választhatjuk meg, ezek azonban 6-osával azonosak, pl. *abc, acb, bac, bca, cab, cba*, tehát 20 különböző alaplapot képezhetünk. Egy ilyet rögzítve, az elsőnek tekintett alapélre illeszkedő oldallap további két élét  $3 \cdot 2 = 6$ -féleképpen választhatjuk meg a maradó pálcákból – mert az alapél két végpontja már meg van különböztetve egymástól az oda befutó második alapélekkel – és ezzel az utolsónak maradt pálca helyzete is kiadódott. Az így elgondolt  $20 \cdot 6 = 120$  élváz azonban 4-esével azonos, csak 30 különböző, mert a tetraéder a 4 lap bármelyikére állítható.

*Petravich Gábor* (Budapest, Eötvös J. Gimn., III. o. t.)

*Horváth László* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn., I. o. t.)

*Megjegyzés.* Teljesen analóg megoldáshoz jutunk, ha az egy háromszöget alkotó élek helyett az egy csúcsba befutó élek lehetséges kiválasztása szerint csoportosítjuk az élvázakat.

*Simon Júlia*