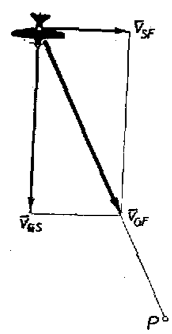
Gyakran szoktunk olyan kijelentést tenni, hogy egy mozgó pont, vagy test bizonyos sebességgel rendelkezik. Az ilyen kijelentésnek, ha szigorúan vesszük, mindig tartalmaznia kellene azt is, hogy mihez van viszonyítva az a sebesség, amivel az említett pont, illetve test rendelkezik; hiszen, ha jól meggondoljuk, nem lehet elképzelni olyan sebességet, amit ne valamihez viszonyítva mérnénk. (Természetesen a legtöbb esetben a rövidség kedvéért nem említjük meg, hogy mihez viszonyítottuk a szóbanforgó sebességet, mert az általában úgy is nyilvánvaló.) Az említettek után felvetődhet a következő kérdés: Ha ismerjük egy pontnak egy másik ponthoz viszonyított sebességét és ennek a pontnak egy harmadik ponthoz viszonyított sebességét, akkor hogyan lehet meghatározni az első pontnak a harmadik ponthoz viszonyított sebességét? Kérdésünkre a következő összefüggés ad feleletet: *Ha az $A$ pontnak a $B$ ponthoz viszonyított sebessége $\overrightarrow{v_{AB}}$ és a $B$ pontnak a $C$ ponthoz viszonyított sebessége $\overrightarrow{v_{BC}}$, továbbá az $A$ pontnak a $C$ ponthoz viszonyított sebessége $\overrightarrow{v_{AC}}$, akkor $\overrightarrow{v_{AB}}+\overrightarrow{v_{BC}}=\overrightarrow{v_{AC}}$, ahol az összeadási jel természetesen vektorösszegezésre utal.*

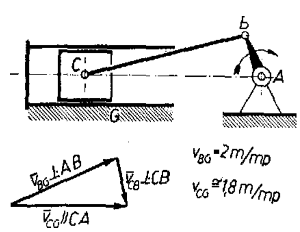
Az említett összefüggést lehet a következő egyszerűbb feladat megoldásánál alkalmazni: Egy repülőgép adott sebességű szélben repül. Motorjai a szél irányára merőleges irányban fejtik ki húzóerejüket. Mekkora sebességet kell a gépnek az áramló levegőhöz viszonyítva elérnie, ha állandó sebességgel repülve akar egy megadott pontot elérni? Legyen a szélnek a földhöz viszonyított sebessége $\overrightarrow{v_{SF}}$, a gépnek a szélhez (áramló levegőhöz) viszonyított sebessége $\overrightarrow{v_{GS}}$, a gépnek a földhöz viszonyított sebessége $\overrightarrow{v_{GF}}$, akkor az említett összefüggés szerint $\overrightarrow{v_{GF}}=\overrightarrow{v_{GS}}+\overrightarrow{v_{SF}}$. A fentiek szerint $\overrightarrow{v_{SF}}$ adott; $\overrightarrow{v_{GS}}$ iránya adott, a $\overrightarrow{v_{SF}}$ irányára merőleges irány; ha a gép a kijelölt pontot állandó sebességgel akarja elérni $\overrightarrow{v_{GF}}$ szintén adott irányú. A vektorösszegezési háromszögben adott, az említettek alapján egy oldal és a másik kettő iránya, tehát meghatározott a háromszög, így az oldalai is, ezáltal a $\overrightarrow{v_{GS}}$ nagysága is, amit kerestünk.




A következőkben az említett sebességösszegezési összefüggés segítségével néhány feladatot fogunk megoldani.

I.

A dugattyút a körülvevő henger a $CA$ egyenesen kényszeríti mozogni. A dugattyú a $CB$ „*hajtókarral*” hajtja az $AB$ „*forgattyút*”. Az $A$, $B$, $C$ pontok a *csuklók* középpontját jelölik, $A$ pont rögzített.




*2. ábra*

A szerkezet lerajzolt állapotában a $B$ pont $\overrightarrow{v_{BG}}=2$ m/mp sebességgel mozog. (A $B$ pont sebességét az álló $G$ géphez viszonyítottuk.) Meghatározandó a $\overrightarrow{v_{CG}}$ sebesség.

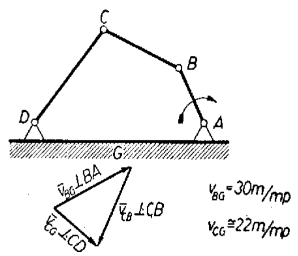
Alkalmazható sebességösszegezési törvényünk: $\overrightarrow{v_{CG}}=\overrightarrow{v_{CB}}+\overrightarrow{v_{BG}}$. Nézzük, mit tudunk a három fenti vektorról! $\overrightarrow{v_{BG}}$ nagysága adott; $\overrightarrow{v_{BG}}=2$ m/mp. $\overrightarrow{v_{BG}}$ iránya, mivel $B$ pont az $A$ pont körül körön mozog, merőleges a kör sugarára: $\overrightarrow{v_{BG}} \perp BA$, értelmét a forgásirány szabja meg. $\overrightarrow{v_{CG}}$ iránya adott, mert $C$ csak a $CA$ egyenesen mozoghat: $\overrightarrow{v_{CG}} \parallel CA$. $\overrightarrow{v_{CB}}$ iránya is adott. Ennek meghatározására gondoljuk meg újból, hogy mit is jelent a $B$ ponthoz viszonyított sebesség. Rögzítsük magunkat képzeletben a $B$ ponthoz. Mit tapasztalunk? Az $A$ pont $B$ körül egy körön szalad körbe-körbe, mivel a mozgás során az $AB$ távolság nem változik. A $C$ pont hasonló okból a $B$ körül egy köríven mozog. A körön mozgó pont sebessége merőleges a sugárra, tehát $\overrightarrow{v_{CB}} \perp CB$. Ezekből az adatokból a sebességek vektorháromszöge megszerkeszthető, ismerjük ugyanis a háromszög egyik oldalát és a másik két oldal irányát. A megszerkesztett háromszögből $\overrightarrow{v_{CG}}$-t lemérhetjük, vagy a szerkezet adatai alapján kiszámíthatjuk.

Megjegyezzük, hogy példánkban a két leggyakrabban előforduló kényszer szerepel. A „*csukló*”, mely a hozzácsatlakozó tagot önmaga körüli körmozgásra kényszeríti. A „*csúszka*” (egyenesbevezető), mely két „*tagot*” egymáshoz viszonyított egyenesvonalú mozgásra kényszerít. A „*csúszkát*” esetünkben a dugattyú jelenti. Természetesen a „*csúszkát*” technikailag nagyon sokféle módon lehet megvalósítani, például egy pálcára helyezett cső darabbal is.

Példánkból még egy figyelemreméltó következtetést vonhatunk le. Láthatjuk, hogy a forgattyú $B$ pontjának pillanatnyi sebessége megszabja a dugattyú ($C$ pont) sebességét. Sokan azt gondolják, hogy a dugattyú mozgását a hengerben levő gőz feszítőereje, vagy a robbanási folyamat szabja meg, hiszen ez hajtja a gépet. Ez tévedés. Gondoljunk egy egyenletes sebességgel szaladó gépkocsira. Kerekei és az áttételen keresztül a főtengely egyenletesen forog, így $B$ pont egyenletes körmozgást végez. $B$ pont sebességéből pedig, bármely pillanatban, a fenti szerkesztéssel megkapjuk a dugattyú sebességét. A dugattyú mozgását tehát függetlenül a hengerben lejátszódó folyamattól a gépkocsi mozgása szabja meg. Ezzel szemben a hajtórúdra átadódó hajtóerőt valóban az égés és a gázok nyomása határozza meg.

## II.

Az ábrán rajzolt rudak csuklósan csatlakoznak egymáshoz. $A$ és $D$ *csukló* rögzített. $B$ pont sebessége adott: $v_{BG} = 30$ m/mp. Meghatározandó a $C$ pont sebessége.

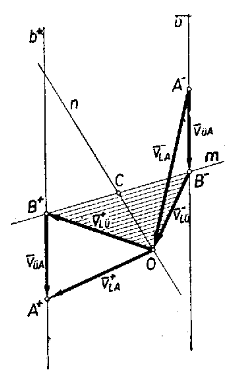



*3. ábra*

Az előző példához teljesen hasonlóan a sebességösszegezési összefüggés alkalmazásával adódik, hogy $\overrightarrow{v_{CG}} = \overrightarrow{v_{CB}} + \overrightarrow{v_{BG}}$; továbbá $\overrightarrow{v_{BG}} \perp BA$ és $\overrightarrow{v_{CB}} \perp CB$. Eltérést csupán az jelent, hogy most $\overrightarrow{v_{CG}}$ irányát abból határozhatjuk meg, hogy $C$ a $D$ pont körül köríven mozog, tehát $\overrightarrow{v_{CG}} \perp CD$. Ezek az adatok elegendők a három szög megszerkesztésére.

## III.

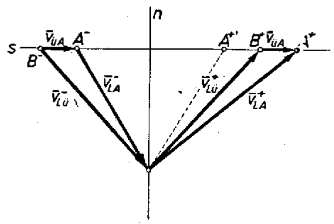
Egy ping-pong játékos partnerének egy labdáját visszaüti. Ismert a labdának az ütőhöz érése előtti sebessége és a visszapattanás utáni sebessége, tudjuk azt is, hogy a játékos az ütőt az ütés pillanatában milyen irányban mozgatta; feltételezve, hogy az ütő és a labda ütközése rugalmas, meghatározandó, hogy mekkora sebességgel mozgatta a játékos az ütőt az ütés pillanatában.




*4. ábra*

Legyen a labdának az ütőhöz viszonyított sebessége az ütközés előtt $\overrightarrow{v_{LÜ}^-}$ ütközés után pedig $\overrightarrow{v_{LÜ}^+}$, legyen a labdának az asztalhoz viszonyított sebessége ütés előtt $\overrightarrow{v_{LA}^-}$, ütés után pedig $\overrightarrow{v_{LA}^+}$; ha a játékos az ütőt az ütés pillanatában $\overrightarrow{v_{ÜA}}$ sebességgel mozgatja akkor a bevezetőben említett sebességösszegzési összefüggés szerint $\overrightarrow{v_{LA}^-} = \overrightarrow{v_{LÜ}^-} + \overrightarrow{v_{ÜA}}$ és $\overrightarrow{v_{LA}^+} = \overrightarrow{v_{LÜ}^-} + \overrightarrow{v_{ÜA}}$. Mivel az ütközés rugalmas $\overrightarrow{v_{LÜ}^-}$ és $\overrightarrow{v_{LÜ}^+}$ az ütőre az ütközés pontjában emelt $n$ merőlegessel egy síkban vannak és azzal egyenlő szöget zárnak be. A fentiek szerint adott $\overrightarrow{v_{LA}^-}$, $\overrightarrow{v_{LA}^+}$ és $\overrightarrow{v_{ÜA}}$ iránya, meg kell határozni $\overrightarrow{v_{ÜA}}$ nagyságát. Tekintsünk most az ábrára, mely az említett vektorok térbeli elhelyezkedését szemlélteti. Tekintve, hogy az $A^-$, $A^+$, $B^-$, $B^+$ pontok egy síkban vannak két eset lehetséges: 1. az említett pontok egy $\alpha$ síkot határoznak meg; 2. az említett pontok egy $s$ egyenesen vannak.

1. Az $A^-A^+$ szakasz felezéspontja $C$ az $\alpha$ sík és az $n$ egyenes metszéspontja. A $B^+$ és $B^-$ pontok a $C$ pontban az $n$-re merőlegesen emelt $\beta$ síkban vannak. Legyen $b^-$ az $A^-$ és $B^-$ pontok, $b^+$ pedig az $A^+$ és $B^+$ pontok összekötő egyenese.




*5. ábra*

a. $n$ nem merőleges $b^-$-ra és $b^+$-ra; ebben az esetben az $\alpha$ és $\beta$ síkok $m$ metszésvonala kimetszi a $b^-$ és $b^+$ egyenesekből a $B^-$ és $B^+$ pontokat, tehát egyetlen megoldás van.

b. $n \perp b^-$, $b^+$, de $n$ nem merőleges $\alpha$-ra; ebben az esetben $m$ és $b^-$, $b^+$ párhuzamosak, nincs megoldás.

c. $n \perp \alpha$; ebben az esetben végtelen sok megoldás van.

2. Nem nehéz belátni, hogy ebben az esetben az $n$ és $s$ egyenesek merőlegesek egymásra és, ha $A^{+'}$ az $A^+$-nak az $n$-re való tükrözésekor keletkezik, akkor $A^{\div}{}'A^+ = 2\overrightarrow{v_{ÜA}}$. (5. ábra).

Megjegyezzük, hogy az 1. c. és 2. esetek azok, mikor az ún. „nyesett labdák" keletkeznek, természetesen az ilyen labdák különleges mozgása nem magyarázható az itt elmondottakkal, hanem lényegében a labda forgó mozgásának a következménye és így magyarázatánál további tényezőkkel (a labda kiterjedt volta, a labda és az ütő közötti súrlódás, légellenállás) kellene számolni.