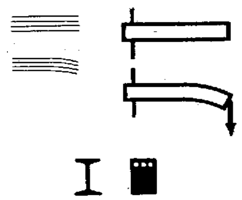
A fűszál meghajlik a szélben, a damaszkuszi penge a vívó kezében. Hajlításra vannak igénybe véve azok a vízszintes gerendák is, amelyeket egyik végükön befalaztak és másik végükön terhet hordanak. Természetesen a rugalmas lehajlásról van most szó, amikor az alakváltoztató erő megszűnte után a tárgy visszatér eredeti alakjába. Vizsgáljuk meg a hajlítás törvényeit.

Egy ecsetet vízszintesen tartunk és végét behajlítjuk: szálai elcsúsznak egymás mellett (1. ábra).

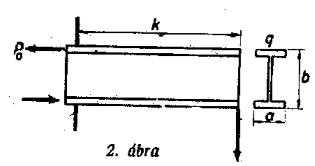


1. ábra

Ha egyik végén befalazott gerendáról van szó, akkor az egyes rétegek nem képesek egymáson elcsúszni. Ennek, mint ismeretes az a következménye, hogy a gerenda végének lehajlásakor a felső rétegek megnyúlnak az alsók összenyomódnak. A középső rétegben nem történik hosszúságváltozás. Ilyen módon a hajlítást húzó és nyomó erők keletkezése kíséri.

Gondolatmenetünk arra figyelmeztet, hogy a hajlításra igénybe vett gerenda nem minden keresztmetszetében dolgozik az anyag egyenlő mértékben. A felső és alsó szélen nagy erők jelentkeznek, a középen nem lépnek fel erők. Ebből gyakorlati következtetést vonnak le az **I**-vasak alkalmazása esetén. Mindenki látott vasgerendát, melynek keresztmetszete **I** alakú. Ennek az az értelme, hogy a középről, ahol alig lépnek fel rugalmas erők, áthelyezik az anyagot a gerenda széleire, ahol nagyon is szükséges a jelenléte, mert itt nagy húzó és nyomó erőknek kell ellenállni. A vasbeton működése a következő. Az acél kiváló anyag, jól bírja a nyomást és a nyújtást, de igen nagy a fajsúlya és drága. A beton képes ellenállni a nyomásnak, de a nyújtást nem bírja ki, viszont kisebb fajsúlyú és olcsóbb. Az 1. ábrában szereplő, lefelé hajlított gerendát betonból készítik el úgy, hogy felső részében acélrudakat helyeznek el. Ezek kibírják a nyújtást, viszont a gerenda alsó részében, ahol csak nyomó erő keletkezik, megfelel a beton is. A vasbetonban ott kell elhelyezni az acélbetétet, ahol húzóerők keletkeznek.

Vizsgáljuk meg számítással a hajlított gerendában fellépő erők, rugalmas feszültségek nagyságát. Hogy egy rugalmas anyag mit bír ki maradandó megnyúlás, szakadás, törés nélkül, az nem az erőtől, hanem az úgynevezett rugalmas feszültségtől (σ), a terület egységére jutó erőtől függ. Minden anyagot csak egy bizonyos, kp/mm^2-ben megadott rugalmas feszültségig szabad igénybe venni.



2. ábra

Példánkban (2. ábra) **I**-keresztmetszetű gerendát falazunk be és a faltól k mm távolságban megterheljük P kp erővel. Ez az erő kP forgatónyomatékkal akarja a gerendát lebillenteni, letörni. A gerenda nem törik le, mert ezt a külső forgatónyomatékot a rugalmas erők forgatónyomatéka ellensúlyozza. A befalazás helyén a rugalmas erő nagysága legyen P_0 kp. Itt a nyomó és húzóerők erőpárt kell, hogy alkossanak, mert az erők vízszintes komponenseinek eredője nulla, a befogás helyén P függőleges reakcióerő is fellép, így a testre a külső erő és a reakcióerő szintén erőpárt jelent. A nyomó- és húzóerőkből álló erőpár erőkarja a gerenda b mm-nyi magassága, forgatónyomatéka bP_0. A forgatónyomatékok egyenlők:

$$bP_0 = kP.$$

Innen a gerenda tövében, az **I**-vas alsó és felső lemezeiben működő rugalmas erő (a befalazás helyén)

$$P_0 = \frac{kP}{b}. \tag{1}$$

Ha az **I**-vas *egyik* lemezének területe q mm^2 nagyságú, akkor a rugalmas feszültség

$$\sigma = \frac{P_0}{q} = \frac{kP}{bq}.$$

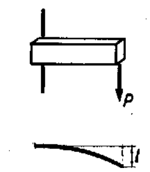
Ezzel a képlettel számíthatjuk ki, vajon a meghajlított gerendánál nem következik-e be a letörés veszélye. Például közönséges hídépítő acél esetében σ nem érheti el a 24 kp/mm^2 értéket. Ha ilyen példákat számolgatunk, észrevesszük, hogy a hajlítás sokkal veszélyesebb az anyagra, mint az egyszerű nyújtás.

Előfordul az az eset, hogy a gerenda téglalap keresztmetszetű. Ekkor $q = \frac{ab}{2}$, azonkívül még egy 3-as szorzó is belép a képletbe, amint azt megfelelő azámítások eredményül adják (mert a rugalmas erő csökken a gerenda közepe felé haladva). Tehát téglalap alakú gerendánál

$$\sigma = \frac{6kP}{ab^2}. \tag{2}$$

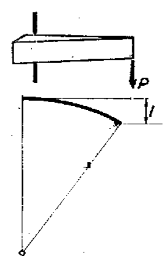
Látható, hogy a gerenda függőleges mérete (b) többet ér, mint a vízszintes. Élére állított gerendák nagyobb teherbírásúak, mint fekvő helyzetűek.

Foglalkozzunk egy másik kérdéssel, a gerenda lehajlásával. Megterhelés hatására az egyik végén befalazott gerenda vége lehajlik. Levezethető, hogy ilyenkor az egyenletes keresztmetszetű gerenda alakja harmadfokú függvény ($l = cx^2 + dx^3$). Vége felé mindinkább csökken a görbület, ami érthető, mert mindig kisebb lesz P erő lehajlító forgatónyomatéka (3. ábra).



3. ábra

Érdekes annak a gerendának a lehajlása, amelynek keresztmetszete ékalakúan vékonyodik a vége felé (4. ábra).



4. ábra

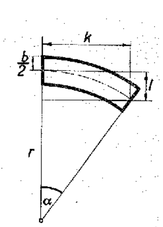
Ekkor a keresztmetszet ugyanolyan arányban csökken, mint a lehajlító forgatónyomaték, a gerenda hossza mentén minden helyen egyenlő mértékben nyúlik meg és köralak jön létre. Ebben az esetben foglalkozhatunk a lehajlás kiszámításával. Legyen a vége felé keskenyedő gerenda olyan **I**-vas, amilyent a 2. ábra tüntet fel. A felső lemez megnyúlása Hooke törvénye szerint

$$\lambda = \frac{\varepsilon k P_0}{q}.$$

Itt ε a nyújtási rugalmassági együttható, λ a megnyúlás mm-ben, P_0 pedig a nyújtó erő. Ez a nyújtó erő (1) alapján ismeretes és így a megnyúlás

$$\lambda = \frac{\varepsilon k P_0}{q} = \frac{\varepsilon k^2 P_0}{bq}.$$

(A vékonyodó rúd minden darabján ugyanannyi a nyúlás, mert k és q egyenlő arányban csökkennek.) Ennyivel hosszabb a gerenda széle a gerenda közepénél.



5. ábra

A körívek hosszának különbsége (5. ábra)

$$\left(r + \frac{b}{2}\right)\alpha - r\alpha = \frac{b}{2}\alpha.$$

Ez egyenlő a megnyúlással,

$$\frac{b}{2} \cdot \alpha = \lambda.$$

Azonkívül a rúd hossza

$$k = r\alpha,$$

α-t kiküszöbölve

$$r = \frac{bk}{2\lambda},$$

a megnyúlás értékét is felhasználva

$$r = \frac{qb^2}{2\varepsilon k P}.$$

Ekkora sugarú körben hajlik meg a gerenda. A rádiuszból könnyen megkapható l lehajlás. A derékszögű háromszög középarányossági tételeiből (kis lehajlásoknál jó közelítéssel):

$$l : k = k : 2r.$$

Innen

$$l = \frac{k^2}{2r} = \frac{\varepsilon k^3 P}{qb^2}.$$

A lehajlás arányos az erővel, a gerenda hosszának köbével. Ha nem **I**-vasról hanem téglalap keresztmetszetű gerendáról van szó ($q = ab$), azonkívül a gerenda nem keskenyedik, hanem állandó szélességű, akkor is megmaradnak az egyes mennyiségekre érvényes arányosságok törvényei, csak egy 4-es szorzó lép be a képletbe. Tehát téglalap formájú gerenda lehajlása

$$l = \frac{4\varepsilon k^3 P}{ab^3}. \tag{3}$$

A lehajlás a gerenda függőleges méretének (b) köbével fordítva arányos.

A (3) képlet igen egyszerű módszert szolgáltat e nyújtási rugalmassági együttható mérésére. Az erőn és lehajláson kívül a rúd méreteit kell meghatározni, ami könnyen elvégezhető kísérlet, és megkapjuk eredményül a nyújtási rugalmassági együtthatót.