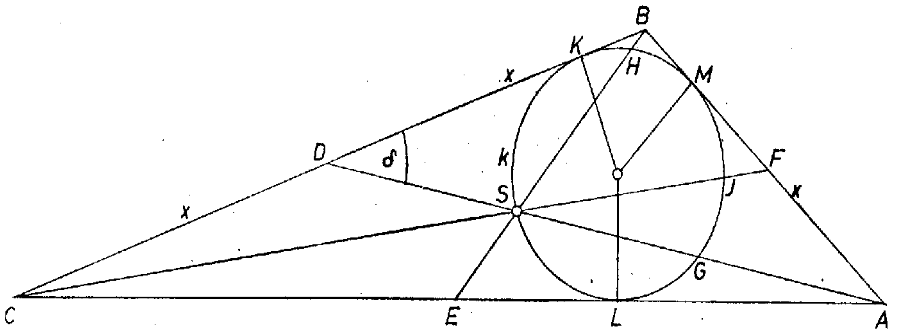
Legyen a kérdéses háromszög ABC, az egyenlő részekre osztott súlyvonal AD. Válasszuk az AD szakasz hosszának harmadrészét hosszúságegységnek.



Így a háromszögbe írt k kör az AD szakasz közepén levő, egységnyi hosszúságú GS szakasz végpontjain megy át, ahol S a háromszög súlypontja. Legyen a B, C csúcsok közül B az AD egyenesnek k középpontját tartalmazó oldalán, és legyen $AB = x$; jelöljük továbbá a BC, CA, AB oldalon levő érintési pontot rendre K, L, M betűvel. Ekkor a körhöz húzott szelőkre vonatkozó tétel alapján

$$AM = DK = \sqrt{2}.$$

Az ABD háromszög egyenlő szárú, a cosinustétel szerint

$$x^2 = 9 + x^2 - 6x\cos\delta$$

ahol $\delta = ADB\sphericalangle$. Az ACD háromszögben $AC = AL + LC = AM + CK$, ezért

$$\left(x + 2\sqrt{2}\right)^2 = 9 + x^2 + 6x\cos\delta.$$

E két egyenletet összeadva $x = \dfrac{5\sqrt{2}}{4}$, továbbá pl. az első egyenletből

$$x\cos\delta = \frac{3}{2}.$$

Így a BSD és CSD háromszögekből ismét a cosinustétel alkalmazásával

$$BS^2 = 1 + x^2 - 2x\cos\delta = \frac{9}{8}, \qquad BS = 3\cdot\frac{\sqrt{2}}{4};$$

$$CS^2 = 1 + x^2 + 2x\cos\delta = \frac{57}{8}, \qquad CS = \frac{\sqrt{114}}{4}.$$

Jelöljük az AB, AC oldalak felezőpontját F és E-vel, a k kör és a BE, CF súlyvonalak S-től különböző metszéspontját H és J-vel. H a BS szakaszon, J az SF szakaszon van, mert az $ABKG$ négyszög tartalmazza a kör M-et tartalmazó KG ívét, s így SB, SF metszi ezt az ívet.

A BS és CJ szelőkre alkalmazva a szelőkre és érintőre vonatkozó tételt

$$BH\cdot BS = BK^2 = (BD - DK)^2 = \left(x - \sqrt{2}\right)^2,$$

$$BH = \frac{\left(x - \sqrt{2}\right)^2}{BS} = \frac{\sqrt{2}}{12},$$

továbbá

$$CS\cdot CJ = CK^2 = (CD + DK)^2 = \left(x + \sqrt{2}\right)^2,$$

$$CJ = \frac{\left(x + \sqrt{2}\right)^2}{CS} = \frac{27\sqrt{114}}{76}.$$

Így a keresett arányok

$$BH : HS : SE = BH : (BS - BH) : \frac{1}{2}BS =$$
$$\frac{\sqrt{2}}{12} : \left(\frac{3}{4}\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{12}\right) : \frac{3\sqrt{2}}{8} = 2 : 16 : 9,$$
$$CS : SJ : JF = CS : (CJ - CS) : \left(\frac{3}{2} \cdot CS - CJ\right) =$$
$$\frac{\sqrt{114}}{4} : \left(\frac{27\sqrt{114}}{76} - \frac{\sqrt{114}}{4}\right) : \left(\frac{3\sqrt{114}}{8} - \frac{27\sqrt{114}}{76}\right) = 38 : 16 : 3.$$