

Prímtényező felbontásban $1968 = 2^4 \cdot 3 \cdot 41$, így azt kell megmutatnunk, hogy az adott kifejezés az (egymáshoz páronként relatív prím) 2^4 , 3 , 41 tényezők mindegyikével osztható.

a) 2^4 -nel a $6^{8n} = 2^{8n} \cdot 3^{8n}$ és a $8^{16n} = 2^{48n}$ tag nyilvánvalóan osztható, hiszen $n \geq 1$, a maradó két tag pedig

$$(2) \quad 9^{4n} - 1^{2n} = 81^{2n} - 1^{2n},$$

osztható az alapok különbségével, ami $80 = 2^4 \cdot 5$.

b) Mindjárt látjuk, hogy (1)-nek (2) része – a kitevők páros volta miatt – az alapok összegével is osztható, ami $82 = 41 \cdot 2$, így csak azt kell belátnunk, hogy az (1) további két tagjából alakuló kifejezés is osztható 41-gyel. Valóban,

$$8^{16n} - 6^{8n} = 64^{8n} - 6^{8n} = 2^{8n}(32^{8n} - 3^{8n}),$$

és itt a zárójelbeli tényező

$$(32^{8n} - 9^{8n}) + (9^{8n} - 3^{8n}) = (32^{8n} - 9^{8n}) + 3^{8n}(81^{2n} - 1^{2n}),$$

és itt a fentebbihez hasonlóan az első zárójelbeli különbség osztható $32 + 9 = 41$ -gyel, a második zárójelről pedig ezt már fentebb felismertük.

c) Végül (1) középső két tagja nyilvánvalóan osztható 3-mal, a két szélső pedig $8^{16n} - 1 = 64^{8n} - 1^{8n}$, osztható $64 - 1 = 3^2 \cdot 7$ -tel.

Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Kabos Sándor (Budapest, Radnóti M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A c) rész azt is mutatja, hogy az n egymás utáni értékeivel adódó (1) számoknak $3 \cdot 1968$ is közös osztója. Hasonlóan további közös tényezők is kimutathatók, itt azonban figyelmen kívül maradtak az aktuális évszám kétféle megjelenése miatt.