BOLYAI FARKAS

(1775. febr. 9–1856. nov. 20.)

1956. november 20-án múlt száz éve, hogy Bolyai Farkas meghalt.

A Bolyai név mind a mai napig a legfényesebb név a magyar matematika történetében. A fény nagy része ugyan Bolyai Farkas zseniális fiát, Jánost illeti, de maga Farkas is elég jelentékeny matematikus, hogy halálának századik évfordulóján a matematikát kedvelő magyar ifjúság is megemlékezzék róla.

Bolyai Farkas, mint akkor az erdélyi nemességből számosan mások is, ifjú korában egy erdélyi főúri családhoz, a báró Kemény–családhoz került, mint a nála csak kevéssel fiatalabb báró Kemény Simon nevelője. Együtt iratkoztak be 1796-ban a már akkor is híres németországi göttingeni egyetemre. Bolyai ott elég hamar megismerkedett Gaussszal, aki ugyanakkor – bár már világraszóló rendkívüli matematikai felfedezések álltak mögötte – szintén a göttingeni egyetem hallgatója volt. Szoros, meleg, halálig tartó barátságot kötöttek.[1] Bolyai már ott Göttingenben behatóan foglalkozott a párhuzamosak elméletével. Erről néhány szót kell szólnunk.

Olvasóink tudják, hogy a geometria elemeit i. e. 300 körül Euklidész kiváló ógörög tudós rendszerbe foglalta, és az Elemek ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\iota\alpha$) című híres könyve még ma is az elemi geometria legnevezetesebb rendszeres összefoglalása, mely igyekszik az összes geometriai tételeket néhány teljesen magától értetődő s így bizonyítás nélkül elfogadott összefüggésre vezetni vissza. Ez utóbbiakat részben axiómáknak (alapigazság), részben posztulátumoknak (követelmény) nevezi, pl. a 4. posztulátum, hogy a derékszögek egyenlők. Ezek között szerepelt a párhuzamosak axiómája, amelynek lényege, hogy a síkban egy egyeneshez, valamely kívüle fekvő pontból egy és csak egy egyenes húzható, mely nem metszi. (Euklides nem ebben az alakban mondja ki.) Euklides némelyik kiadásában ez az axióma mint 11. axióma, másokban mint 5. posztulátum szerepel. Míg a többi axiómát és posztulátumot 2200 éven át mindenki magától értetődőnek tartotta, a párhuzamosak axiómáját nem. Már Ptolemaios, a híres ógörög csillagász igyekezett visszavezetni a többire. Azóta is igen sokan be akarták bizonyítani a többi axióma vagy posztulátum segítségével, de csak annyit értek el, hogy helyette hallgatagon más állítást mondtak, amely talán tetszetősebb volt, de ugyanazt mondta, és amelyet ugyancsak nem bizonyítottak.

A párhuzamosak axiómája tehát Bolyai Farkas ifjúkorában éppoly kevéssé volt bebizonyítva, mint akár évszázadokkal azelőtt. Ezt Bolyai, és több más tudós is, égető hiánynak, „foltnak érezte a geometria szép testén”. Bolyai Farkas tehát élete feladatának tekintette a párhuzamosak axiómájának bebizonyítását. Ez nem sikerült neki, bármennyire beleölte lelkét a paralelákba. Mindössze azt érte el, hogy a párhuzamosak axiómáját más, vele egyenértékű, talán szemléletesebb és szembeötlőbb tényekkel, mondjuk axiómákkal tudta pótolni. Pl. hogy az egyenesre minden pontjában állított merőlegesekre felmért egyenlő hosszúságú távolságok végpontjai szintén egyenesen vannak. Vagy – de ezt már csak öregségében 1851-ben – hogy bármely nem egy egyenesen fekvő 3 pont egy körön fekszik. Mások sem értek el többet Bolyainál. A többiek kísérletei közül a legszemléletesebbek a 11. axiómának az alábbi követelmények valamelyikével való helyettesítése, hogy pl. a háromszög területe akármily nagy lehet, vagy hogy létezik két hasonló háromszög. Érthető tehát, hogy Bolyai élete tragédiájának érezte a párhuzamosakat és a sikertelenség miatt fordult néha el a matematikától.

Nem sokkal Göttingenből való hazatérése után a marosvásárhelyi református kollégium tanára lett, ebben az állásában késő öregségéig megmaradt. Itt időnként kályhákat szerkesztett, drámákat írt. Lángeszű fiát óva intette a párhuzamosak veszélyes témájától, de hasztalan. Fiának életsorsa még szomorúbb az övénél, de a paralelák problémáját megoldotta, mert János eredményei alapján sikerült szigorúan bebizonyítani, hogy Farkas *reménytelen problémát hajszolt*, a paralelák euklidészi axiómáját nem lehet bebizonyítani, mert független a többi axiómától és posztulátumtól. Bolyai János munkássága a matematika hatalmas fejlődését indította meg, a Bolyai nevet ma a világ minden matematikusa ismeri és tisztelettel említi, de ezt sem Farkas, sem János már nem élte meg.

Bolyai Farkas művei közül fel kell említenünk az 1832-ben megjelent latin nyelvű *Tentament*, amelyben oly könyvet igyekezett nyújtani, aminőből – amint maga mondja – ifjúságában ő maga szeretett volna tanulni, és tényleg oly munkát írt, amelynek önállóságát és eredetiségét Gauss megdicsérte. Bolyai művében több oly dolgot találhatunk, amelyekkel részben megelőzte szerencsésebb kortársait, vagy tőlük függetlenül jött rá oly igazságokra, amelyeket a nyugati kultúrközpontokban már ismertek, de amelyek az akkori primitív viszonyok között hozzá nem jutottak el. Így pl. *a függvény fogalmának modern értelmezését önállóan találta.* Még a 19. század kezdetén is függvény alatt csak valamely formulával kifejezett összefüggést értettek. Bolyai Farkas már nem ragaszkodik ehhez, és bármely módon értelmezett összefüggést függvénynek nevez.

Fontosak az egyenes vonalú sík idomok területére és a sík idomokból álló testek, a poliéderek köbtartalmára vonatkozó vizsgálatai. Bolyai Farkas megmutatta, hogy *két egyenlő területű*, egyenes vonalakból alkotott *síkidom mindig* felbontható egybevágó idomok összegére, vagy amint ma mondják, *egymásba átdarabolható.* Hasonló kérdést vetett fel az *egyenlő köbtartalmú poliéderekről* is. A térre vonatkozó kérdés nehézségére jellemző, hogy több hiábavaló kísérlet után csak századunk elején oldotta meg Max Dehn majnafrankfurti német matematikus tagadólag.[2] Persze, nem ez az egyetlen kérdés, mely a három méretű térben sokkal nehezebb a megfelelő sík problémánál.

Bolyai Farkast a Magyar Tudományos Akadémia tagjául választotta, de más elismerésben nem részesült. Bolyai panaszkodott, hogy a „magyar ugaron nem terem meg a matematika”. Ez azóta gyökeresen megváltozott, de bizonyos,

---

[1] Levelezésüket díszes kötetben kiadta a Magyar Tudományos Akadémia: Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Wolfgang Bolyai, Leipzig, Teubner 1899.

[2] Max Dehn: Über den Rauminhalt. Math. Ann. 55, 1902. 465–478. old.

hogy mindkét Bolyai sokkal többet alkothatott volna, ha megértő környezetben él, és ha eszméiket rokon lelkekkel való társalgásban érlelhették volna; annál tiszteletre méltóbb, hogy Farkas így is a magyar matematika nagyjai közé tartozik.